TEMA 3 – ELECTROSTÁTICA
- Campo eléctrico -

Fuerza electrostática, Campo eléctrico, Potencial eléctrico

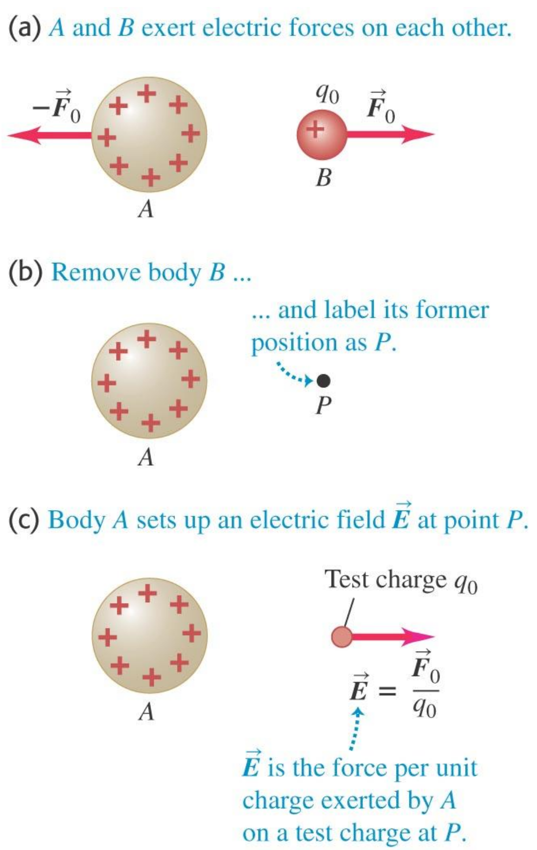
Isidro González Caballero
(gonzalezisidro@uniovi.es)

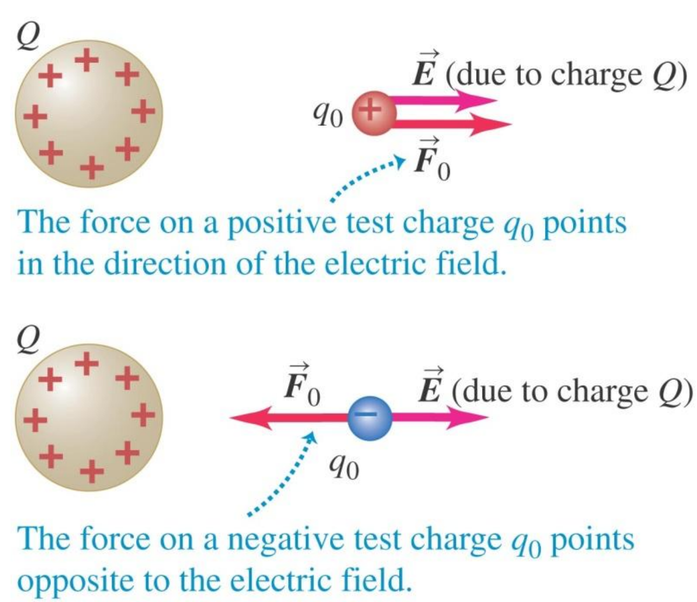
Temario

1. Campo eléctrico
   - Definición para una carga puntual
   - Líneas de campo
   - Varias cargas
   - Distribuciones continuas de carga
   - Partículas cargadas en movimiento

Campo eléctrico

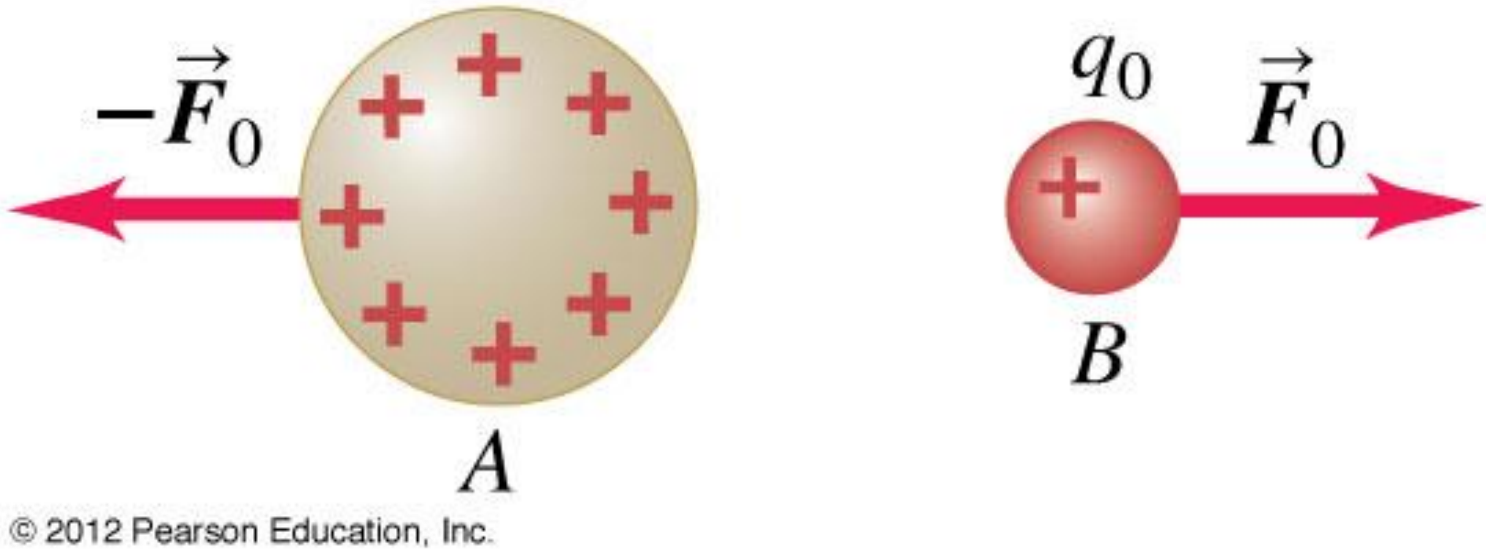
- Un cuerpo cargado produce un campo eléctrico en el espacio alrededor suyo
- Usamos una carga de prueba pequeña q_0 para averiguar si hay un campo eléctrico presente





Definición de campo eléctrico

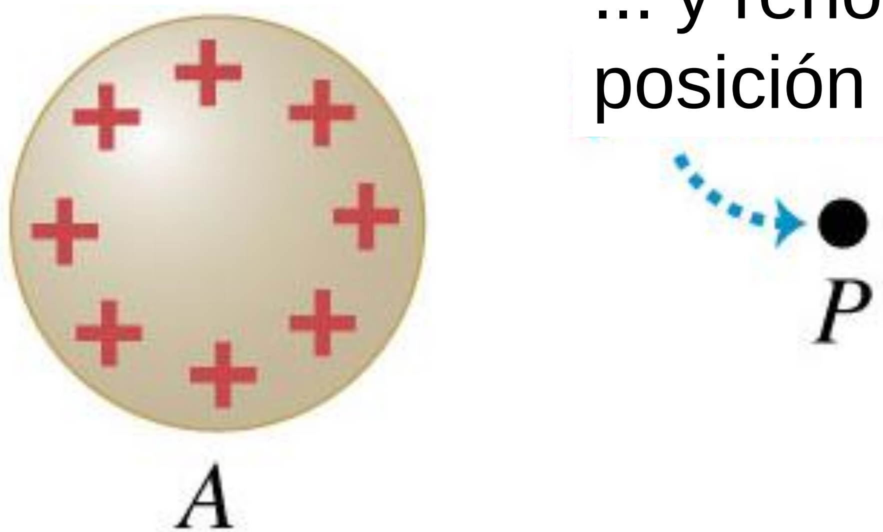
(a) A y B ejercen fuerzas electrostáticas uno sobre el otro



Definición de campo eléctrico

(b) Quitamos el cuerpo ***B***...

... y renombramos su posición como ***P***



Definición de campo eléctrico

(c) El cuerpo ***A*** produce un campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto *P*

Carga de prueba q_0

$\vec{E}$ es la fuerza por unidad de carga producida por ***A*** sobre una carga de prueba situada en ***P***

Campo eléctrico

El campo eléctrico **E** es la fuerza eléctrica por unidad de carga

Es un campo vectorial que nos indica en cada punto del espacio la fuerza que actuaría sobre una carga positiva unidad situada en dicho punto

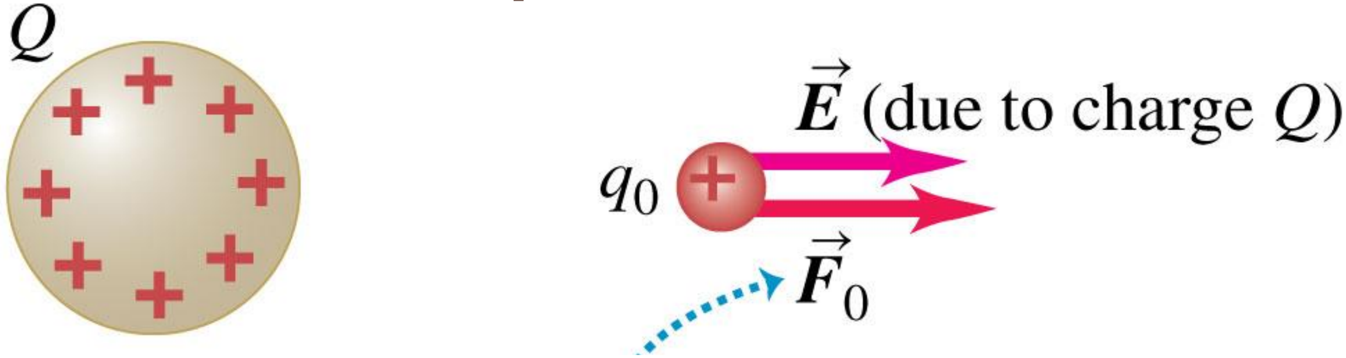
Es un vector que varía con la posición

$$\mathbf{E} = \left(E_x(x,y,z), E_y(x,y,z), E_z(x,y,z)\right)$$

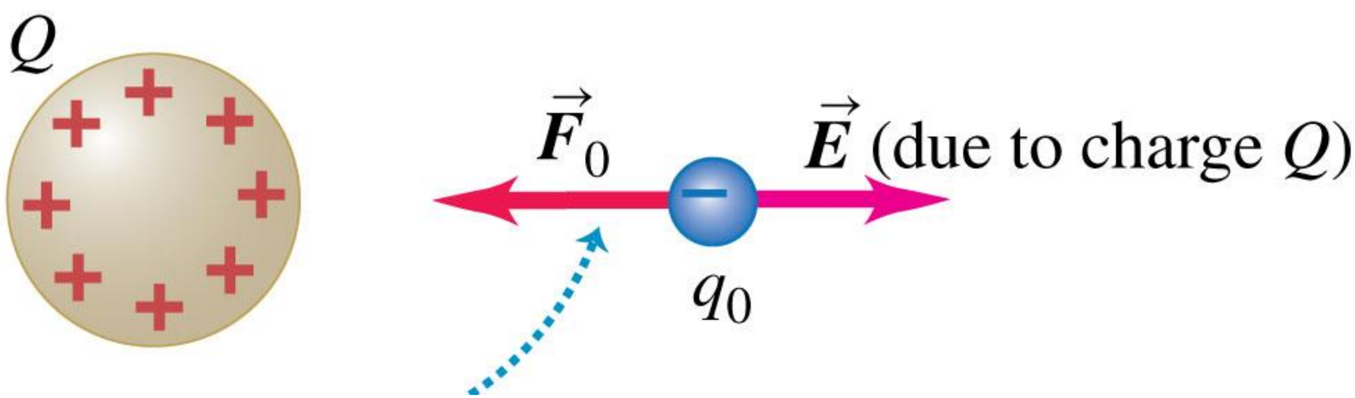
La fuerza que actúa sobre una carga q situada en un punto donde el campo eléctrico vale **E** es

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

Definición de campo eléctrico

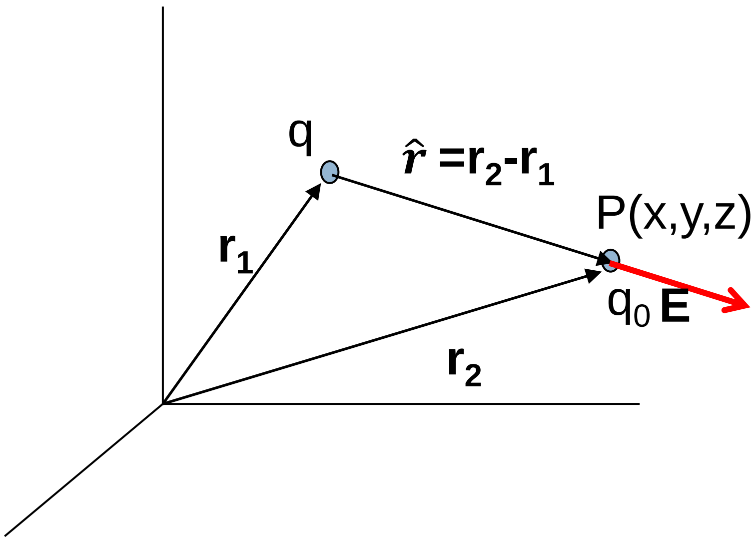


La fuerza sobre una carga de prueba positiva q_0 apunta en la dirección del campo eléctrico



La fuerza sobre una carga de prueba negativa q_0 apunta en dirección opuesta al campo eléctrico

Campo eléctrico de una carga puntual



r_1 = Posición de carga q

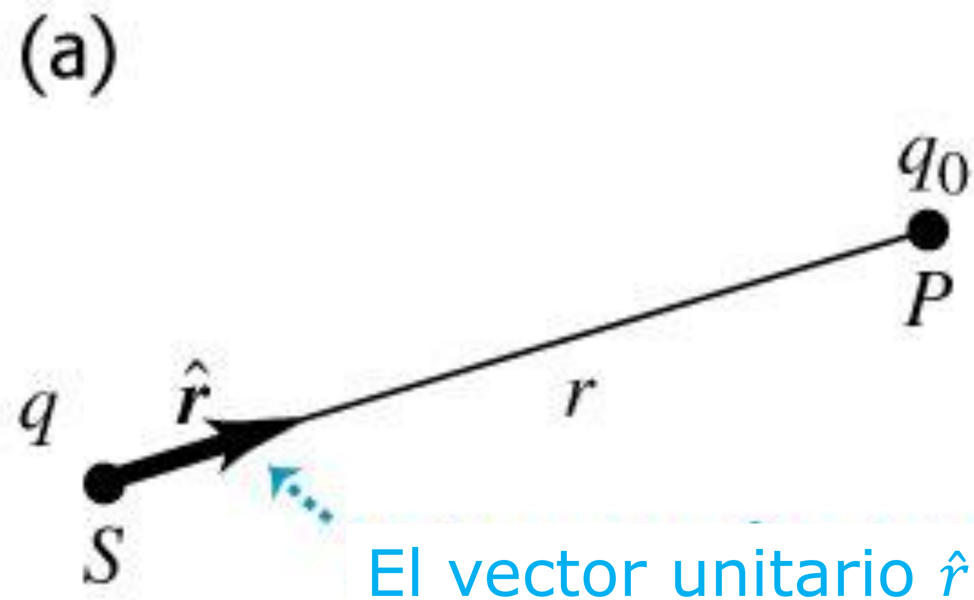
r_2 = Posición del punto en el que se calcula el campo

$\hat{r}$ = u_r = Vector unitario en la dirección de **$r=r_2-r_1$**

$$\vec{F} = k\frac{qq_0}{r^2}\vec{u}_r$$

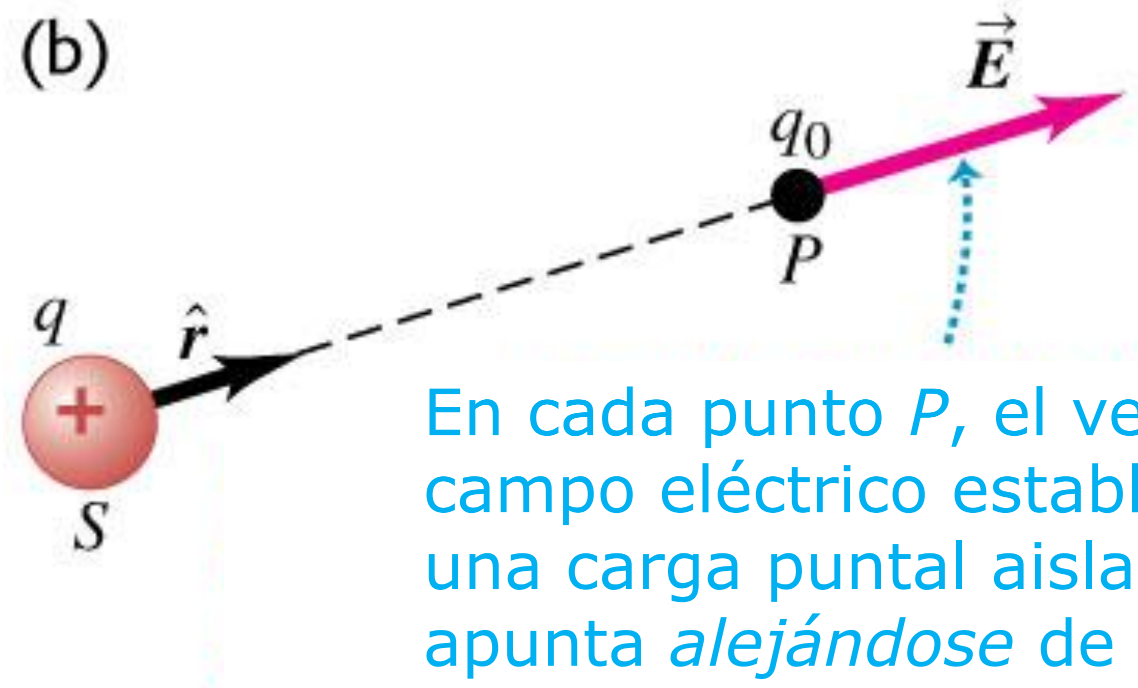
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k\frac{qq_0}{q_0 r^2}\vec{u}_r = k\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$$

Definición de campo eléctrico



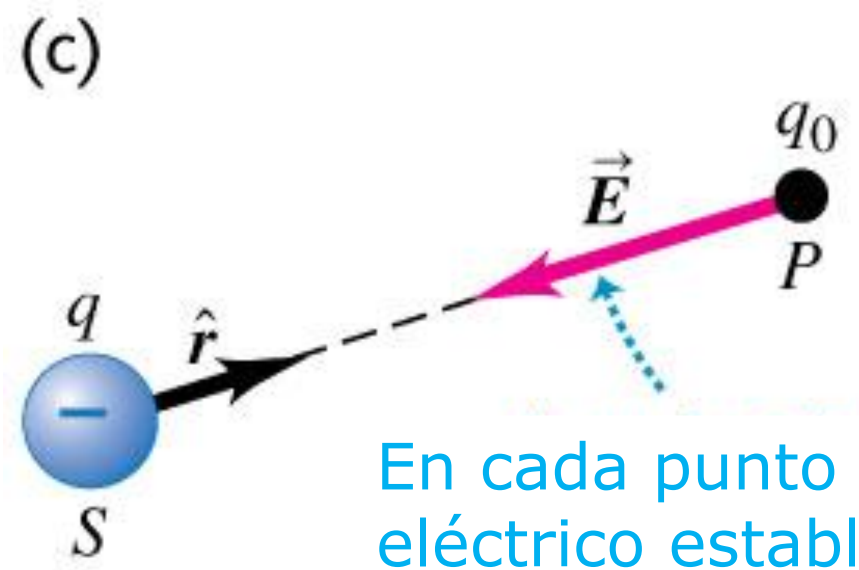
El vector unitario $\hat{r}$ va desde el punto fuente S al punto P del campo.

Definición de Campo Eléctrico



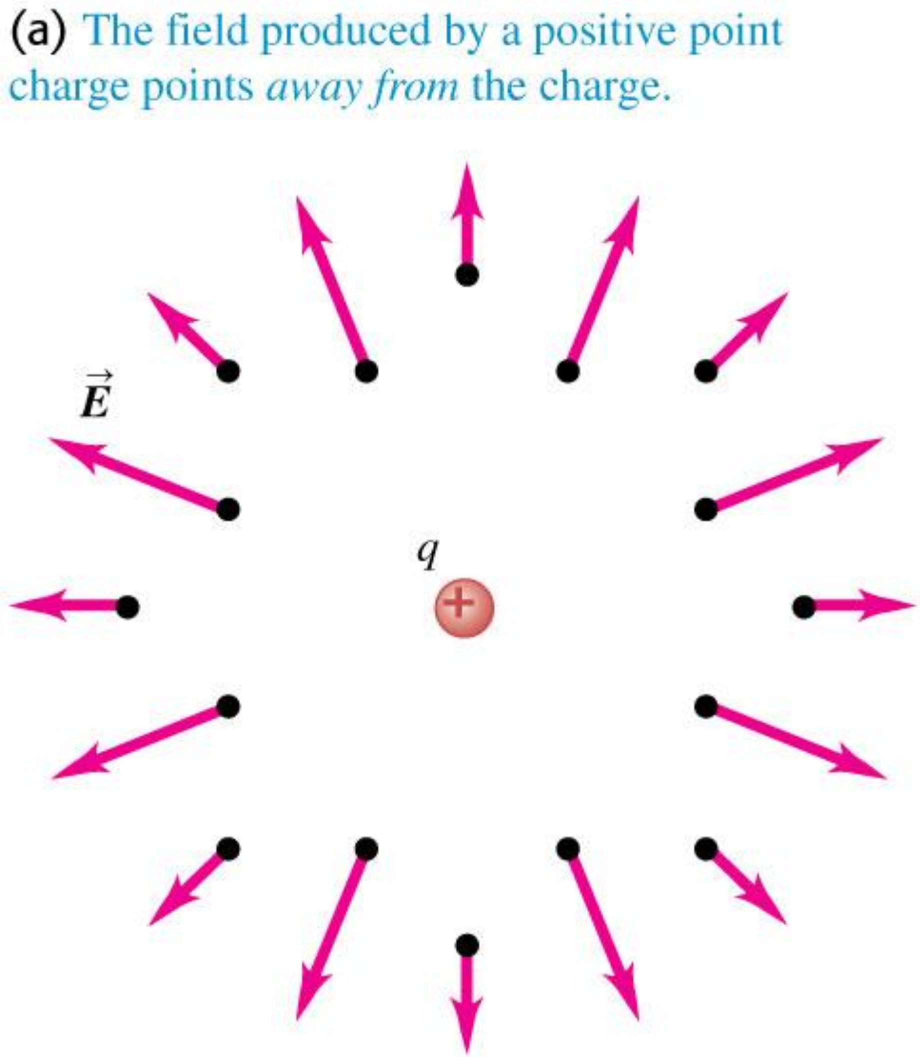
En cada punto *P*, el vector de campo eléctrico establecido por una carga puntal aislada *positiva* apunta *alejándose* de la carga

Definición de campo eléctrico



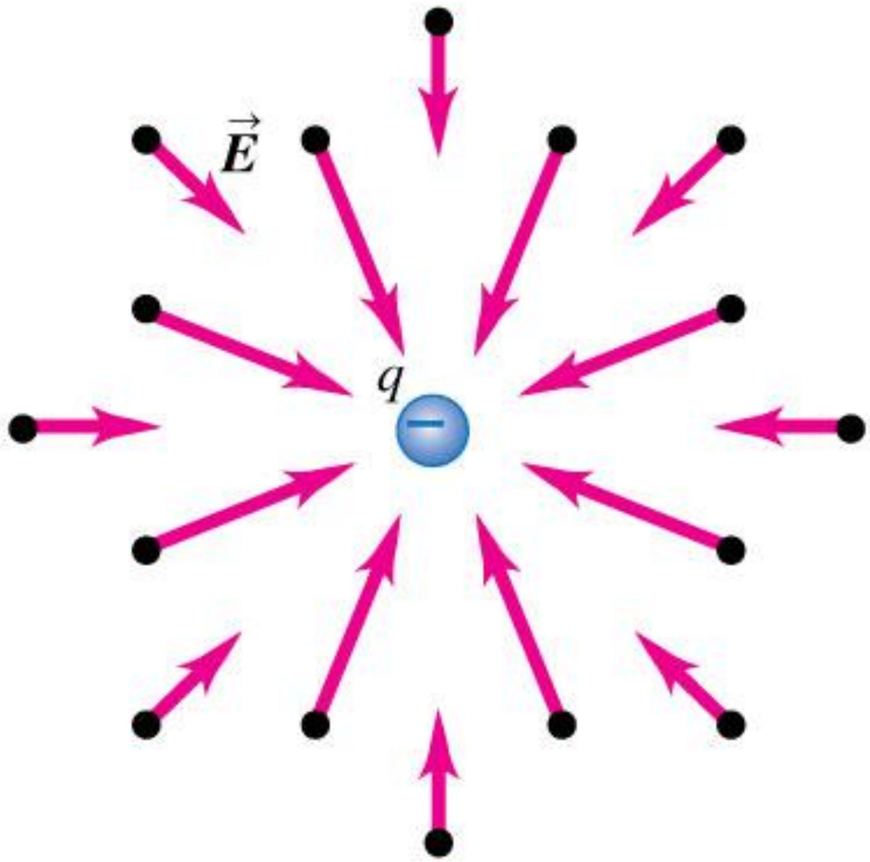
En cada punto *P*, el vector de campo eléctrico establecido por una carga puntal aislada *negativa* apunta directamente hacia la carga

Campo eléctrico de una carga puntual



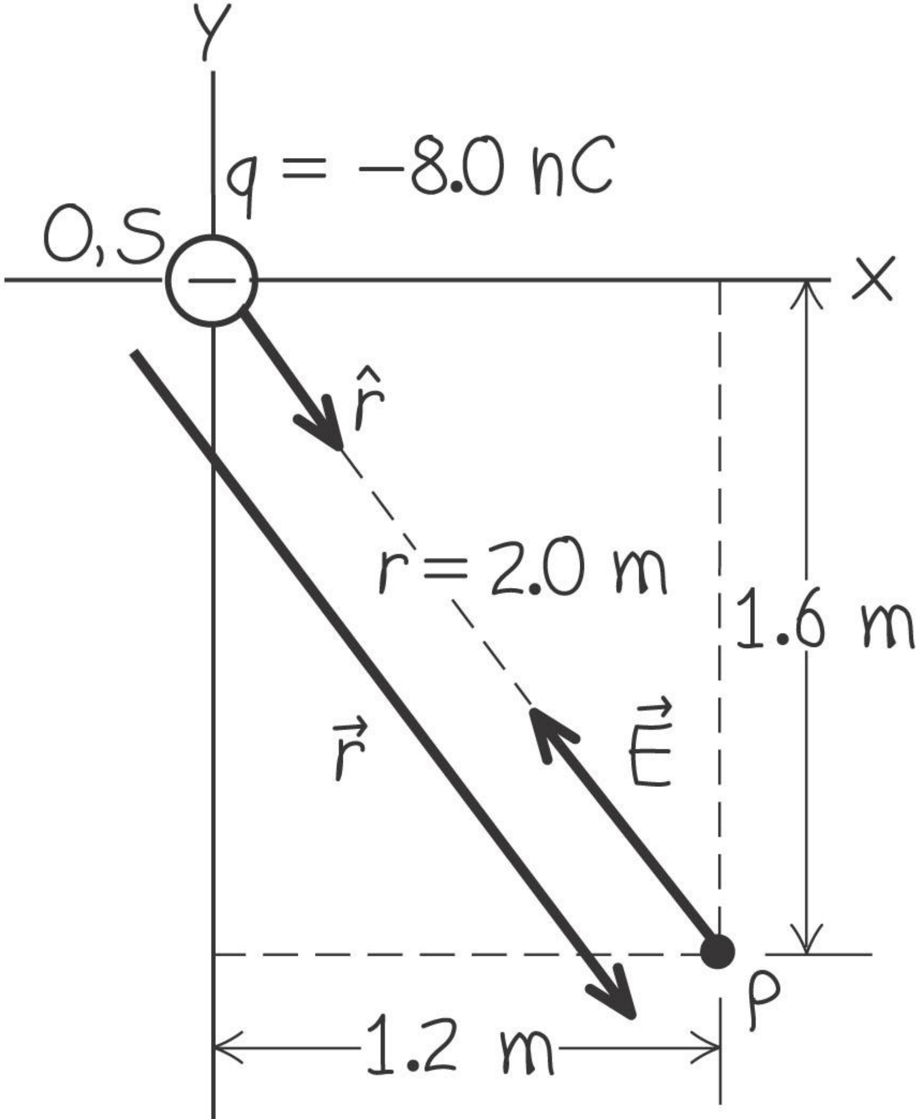
Campo eléctrico de una carga puntual

(b) The field produced by a negative point charge points *toward* the charge.



Ejercicio 4:

- Encontrar el campo eléctrico en P



Campo eléctrico producido por varias cargas

Utilizando el principio de superposición de fuerzas es fácil llegar a la conclusión de que si tenemos N cargas q_i (i=1…N) situadas a unas distancias r_i del punto, P, en el que queremos calcular el campo:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{E_i}$$

donde $\overrightarrow{E_i}$ es el campo producida por cada carga q_i

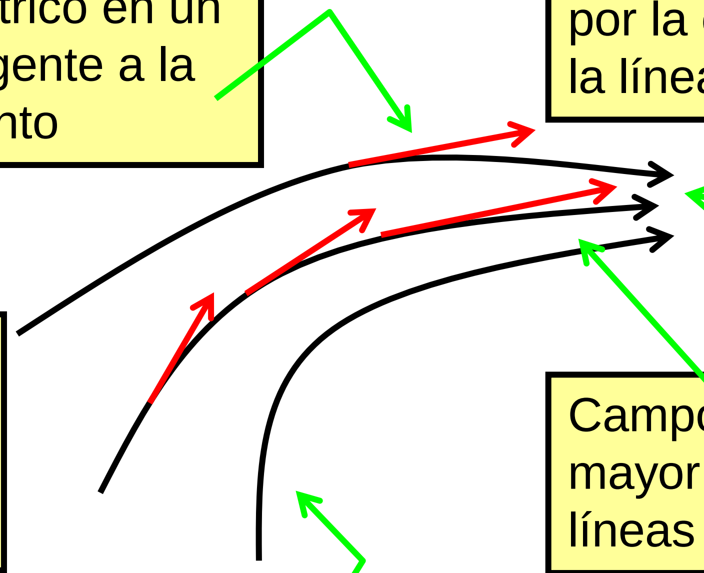
$$\overrightarrow{E_i} = k \frac{q_i}{r_i^2} \hat{u}_{r_i}$$

$$\vec{E} = k \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{u}_{r_i} = k \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^3} \overrightarrow{r_i}$$

Representación del campo E mediante líneas de campo

La dirección del campo eléctrico en un punto viene dada por la tangente a la línea de campo en dicho punto

El sentido viene dado por la orientación de la línea de campo



El módulo es el número de líneas que cruzan por unidad de superficie perpendicular

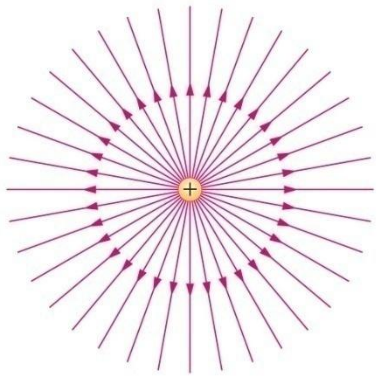
Campo mas intenso = mayor densidad de líneas

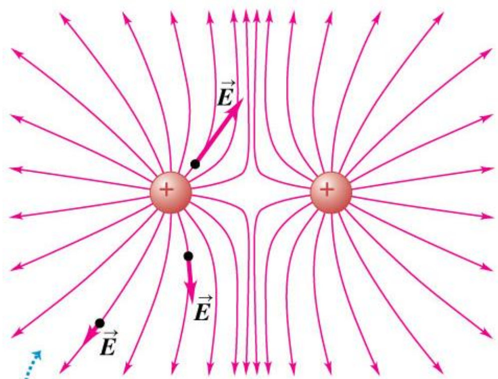
Líneas de campo

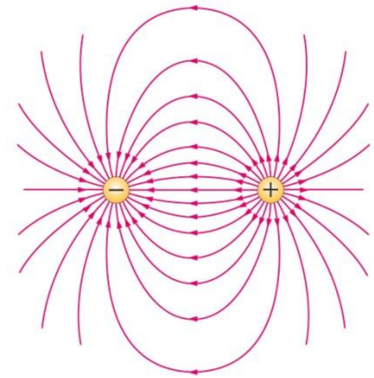
$$|\mathbf{E}| = \frac{\text{nº lineas que cruzan}}{\text{superficie perpendicular}}$$

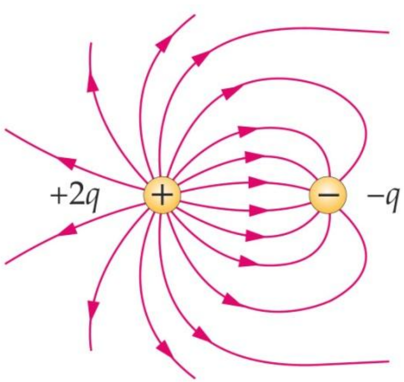
Propiedades de las líneas del campo eléctrico

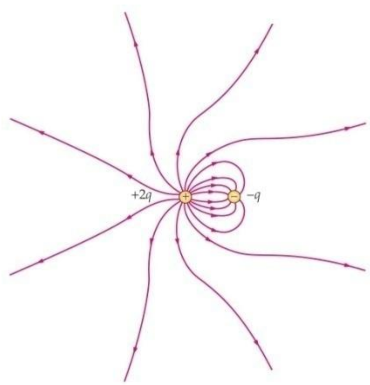
1. Comienzan en las cargas positivas (o en el infinito) y terminan en las cargas negativas (o en el infinito)
2. Dos líneas de campo no se pueden cortar







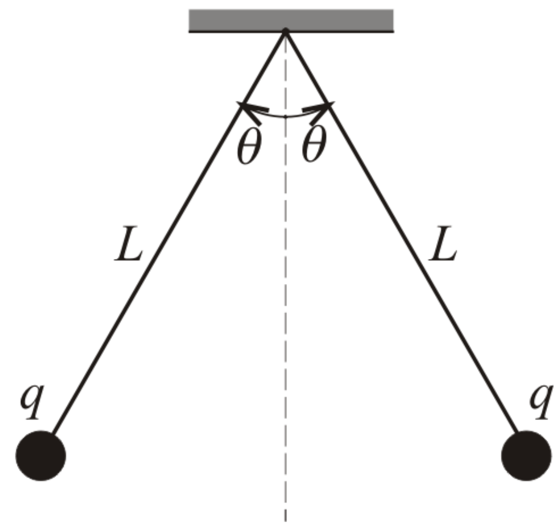




E=cte

Problema 1 (Hoja de problemas)

Dos bolitas de igual masa $m = 20$ g y que poseen la misma carga cuelgan sujetas a los extremos de sendos hilos (inextensibles y de masa despreciable) de longitud 1 m. Se mantienen en equilibrio tal como muestra la figura adjunta, formando cada hilo con la vertical un ángulo de 30°. Calcúlese:



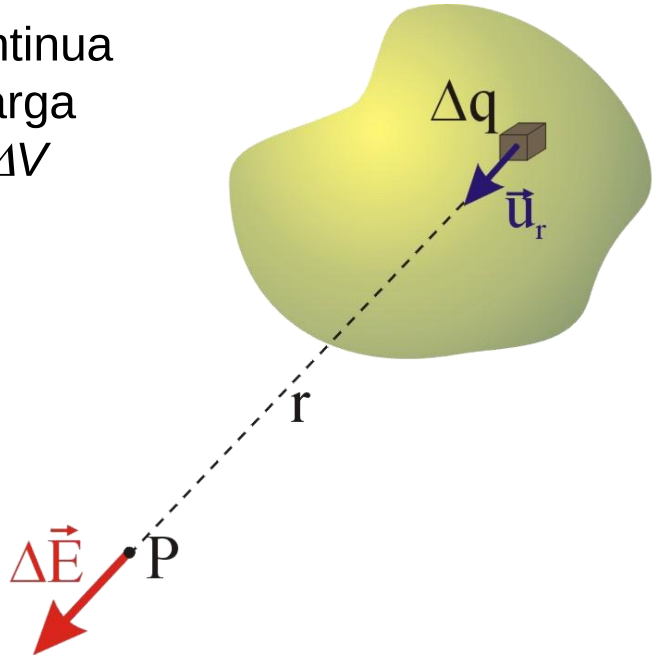
1. Valor q de cada carga.
2. Tensión de cada hilo en la posición de equilibrio.
3. Campo eléctrico que hay que aplicar para que, al descargar una de las bolitas, la otra se mantenga en la misma posición.

Distribuciones continuas de carga

Si la carga, *q*, está distribuida de manera continua por un volumen se puede considerar como carga puntual la que ocupe un volumen diferencial *ΔV*

$$\Delta\vec{E} = k\frac{\Delta q}{r^2}\vec{u}_r$$

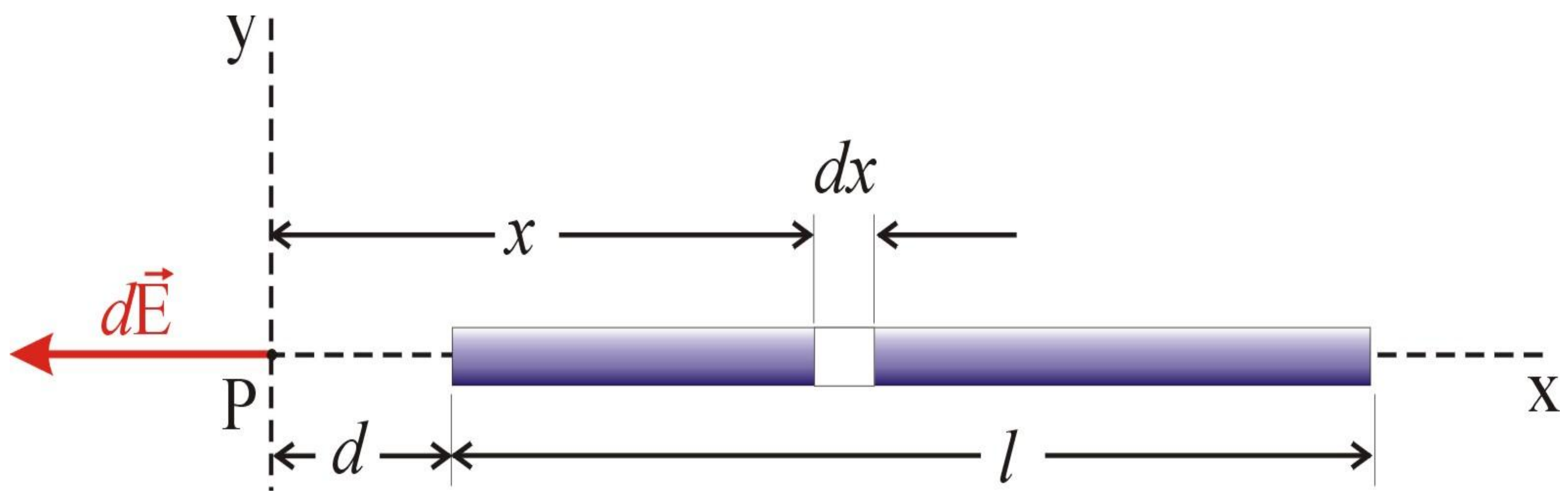
$$\vec{E} = k\int\frac{dq}{r^2}\vec{u}_r$$



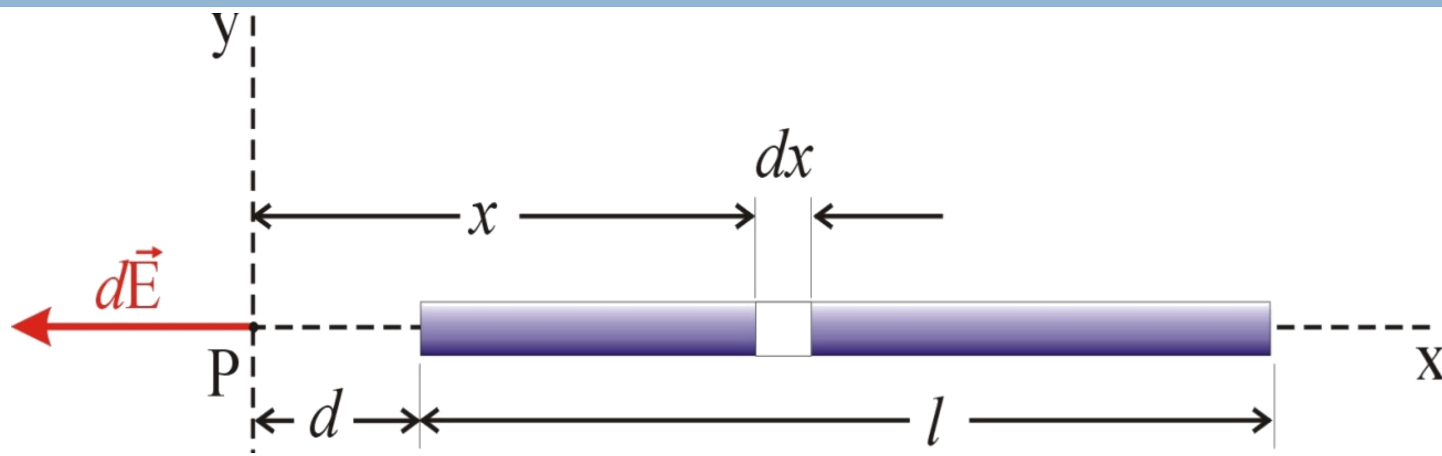
Si la densidad de carga por unidad de volumen es ρ (C/m^3) entonces la carga contenida en un dV será dq=ρdV

Ejercicio 5: Campo eléctrico de una distribución lineal de carga continua

- Una carga positiva Q está distribuida uniformemente en un hilo de longitud *l*, la densidad de carga por unidad de longitud es λ. Calcule el campo eléctrico en un punto P a lo largo del eje del hilo, a una distancia *d* de un extremo.



Ejercicio 5:



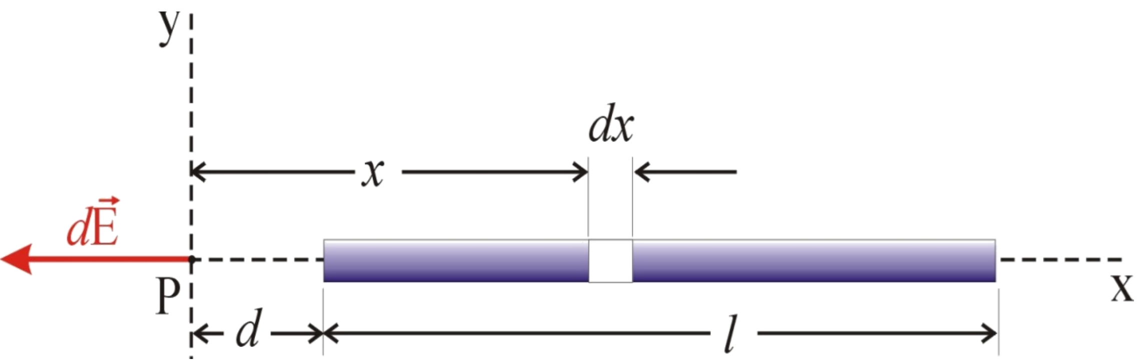
- *dx* es la longitud de un segmento de barra infinitesimal, que tiene de carga *dq*

$$\lambda = \frac{dq}{dx} = \frac{Q}{l}$$

- Esta longitud infinitesimal de carga produce un campo eléctrico en el punto P en la dirección negativa del eje *x*, también infinitesimal, de módulo

$$dE = k\frac{dq}{x^2} = k\frac{\lambda dx}{x^2}$$

Ejercicio 5



$$\lambda = \frac{dq}{dx} = \frac{Q}{l}$$

$$dE = k\frac{dq}{x^2} = k\frac{\lambda dx}{x^2}$$

- Cada elemento infinitesimal de la barra produce un campo eléctrico en la misma dirección y el mismo sentido, sumándolos todos obtenemos el campo eléctrico total producido por la barra,

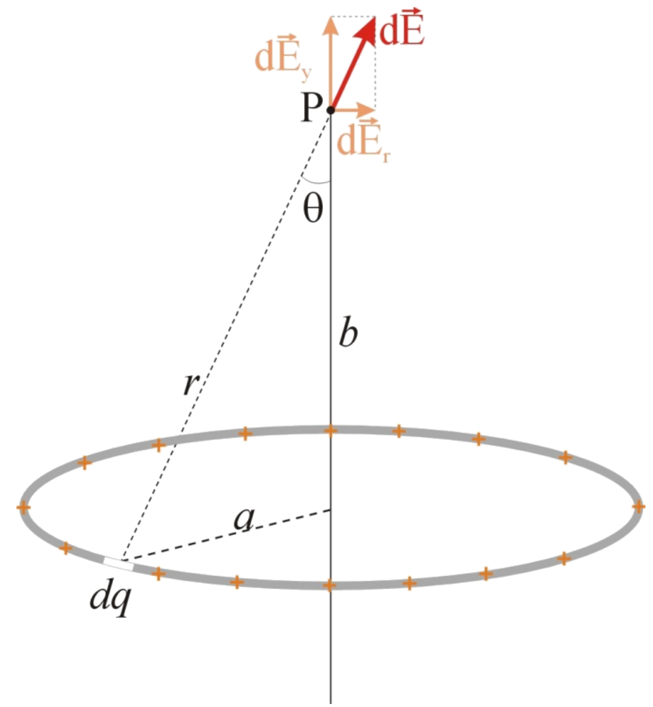
$$E = \int_d^{l+d} k\lambda \frac{dx}{x^2} = k\lambda \int_d^{l+d} \frac{dx}{x^2} = k\lambda \left[-\frac{1}{x}\right]_d^{l+d} = k\lambda\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{l+d}\right) = \frac{kQ}{d(l+d)}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{kQ}{d(l+d)}\vec{i}}$$

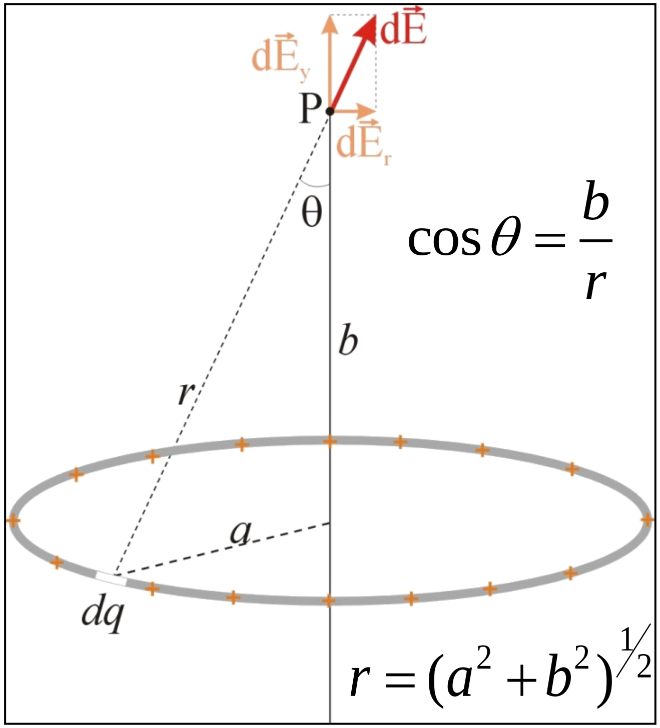
Si el punto P está bastante lejos de la barra, *d* >> *l*, *l* podemos despreciarla en el denominador, obteniendo, , expresión que corresponde al campo creado por una carga puntual de magnitud Q.

Ejercicio 6: Campo eléctrico de anillo

- Un anillo de radio *a* tiene una carga positiva uniforme por unidad de longitud, con una carga total Q. Calcule el campo eléctrico a lo largo del eje *y* del anillo en un punto P que se encuentra a una distancia *b* del eje del anillo.



Ejercicio 6



- Como antes el campo eléctrico creado en P por una carga infinitesimal, *dq*, será:

$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

- El campo tendrá dos componentes, dE_r (radial) y dE_y
  - Dada la simetría del problema $\Sigma d\mathbf{E}_r = 0$
  - dE_y será:

$$dE_y = dE\cos\theta = (k\frac{dq}{r^2})\frac{b}{r} = \frac{kb}{(b^2 + a^2)^{3/2}}dq$$

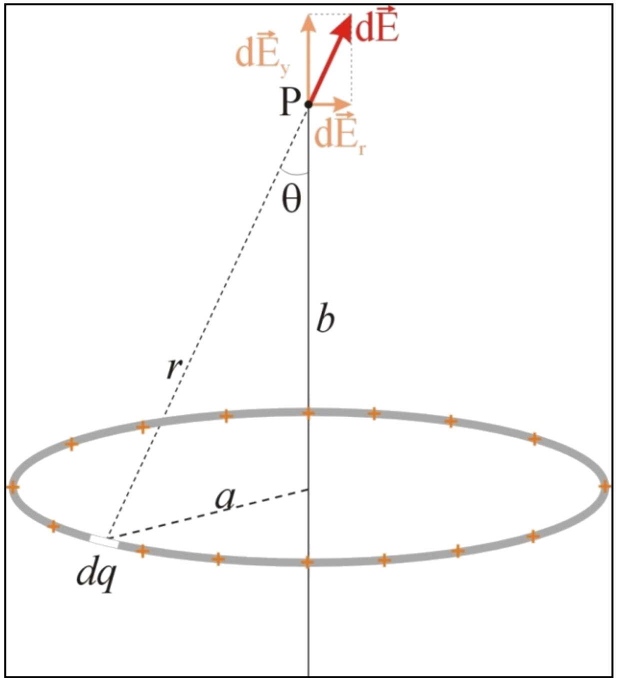
Ejercicio 6

- Integramos la expresión anterior sabiendo que todos los puntos el anillo están a la misma distancia *r* de P:

$$E_y = \int \frac{kb}{(b^2+a^2)^{3/2}}\,dq = \frac{kb}{(b^2+a^2)^{3/2}}\int dq = \frac{kb}{(b^2+a^2)^{3/2}}\,Q$$

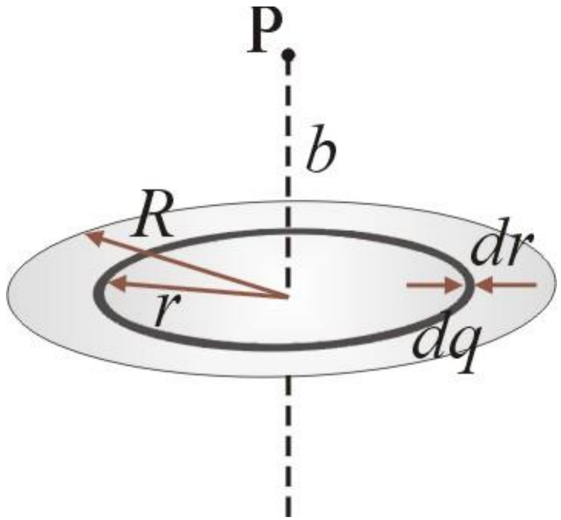
- Cuando b=0 (centro del anillo) el campo eléctrico se anula como cabría esperar

$$\boxed{\vec{E} = \frac{kb}{(b^2+a^2)^{3/2}}\,Q\,\vec{j}}$$



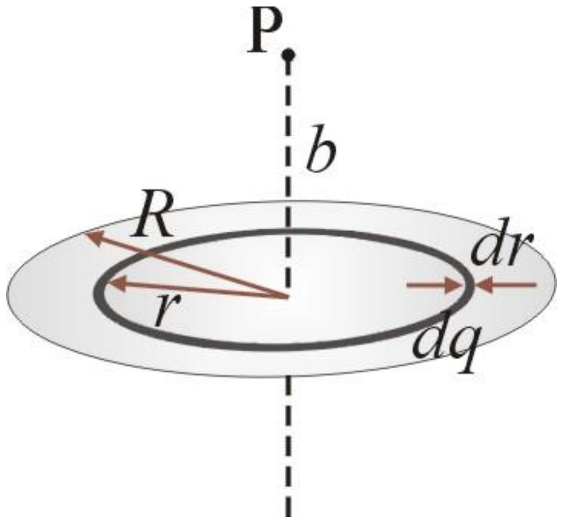
Ejercicio 7: Campo eléctrico de un disco

- Un disco de radio *R* tiene una carga uniforme por unidad de área σ. Calcule el campo eléctrico en un punto P que se encuentra a lo largo del eje central del disco y a una distancia *b* de su centro.
  - Utilizamos el resultado del ejercicio anterior
  - $\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S}$ es la carga por unidad de área



Ejercicio 7: Campo eléctrico de un disco

- Consideramos el disco como la suma de muchos anillos de radio *r* y ancho dr ➔ $dS = 2\pi r dr$
  - El campo eléctrico producido ya sabemos que se orienta solo en el eje vertical



$$E_y = \frac{kb}{(b^2 + r^2)^{3/2}} q \quad \Rightarrow \quad dE_y = \frac{kb}{(b^2 + r^2)^{3/2}} dq$$

$$dq = \sigma dS = 2\pi\sigma r dr \quad \Rightarrow \quad dE_y = \frac{kb}{(b^2 + r^2)^{3/2}} 2\pi\sigma r dr$$

Ejercicio 7: Campo eléctrico de un disco

- Integramos $dE = dE_y = \dfrac{kb}{(b^2+r^2)^{3/2}} 2\pi\sigma r dr$

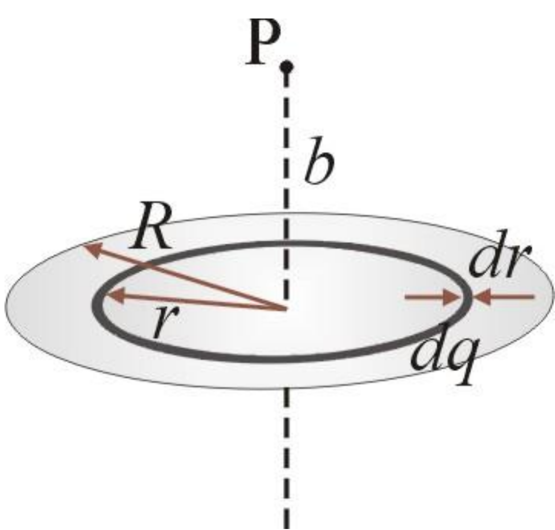
$$E = kb\pi\sigma \int_0^R \frac{2rdr}{(b^2+r^2)^{3/2}} = kb\pi\sigma \left[\frac{(b^2+r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right] = 2k\pi\sigma \left(\frac{b}{b} - \frac{b}{(b^2+R^2)^{1/2}} \right)$$

$$u = b^2 + r^2$$

$$\boxed{E = 2k\pi\sigma \left(1 - \frac{b}{\sqrt{b^2+R^2}} \right)}$$

- Si R>>b (plano "infinito")

$$\boldsymbol{E = 2\pi k\sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

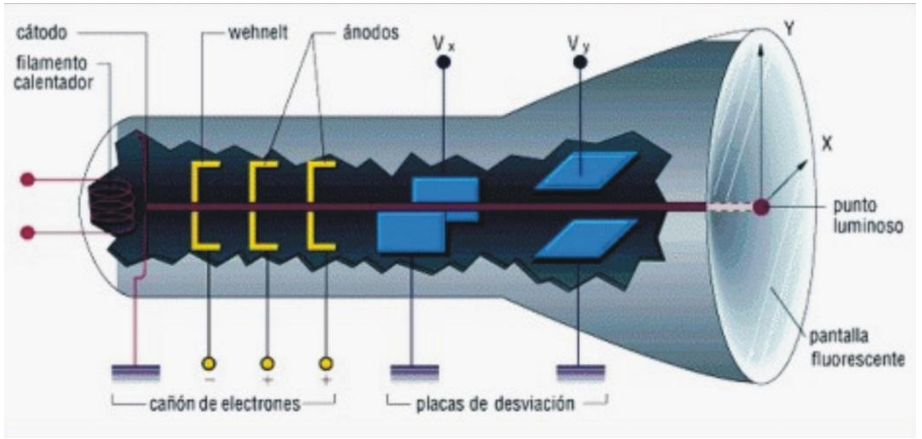


Partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme

- Sea una partícula de masa m y carga q colocada en un campo $\vec{E}$
- La partícula adquirirá una aceleración:

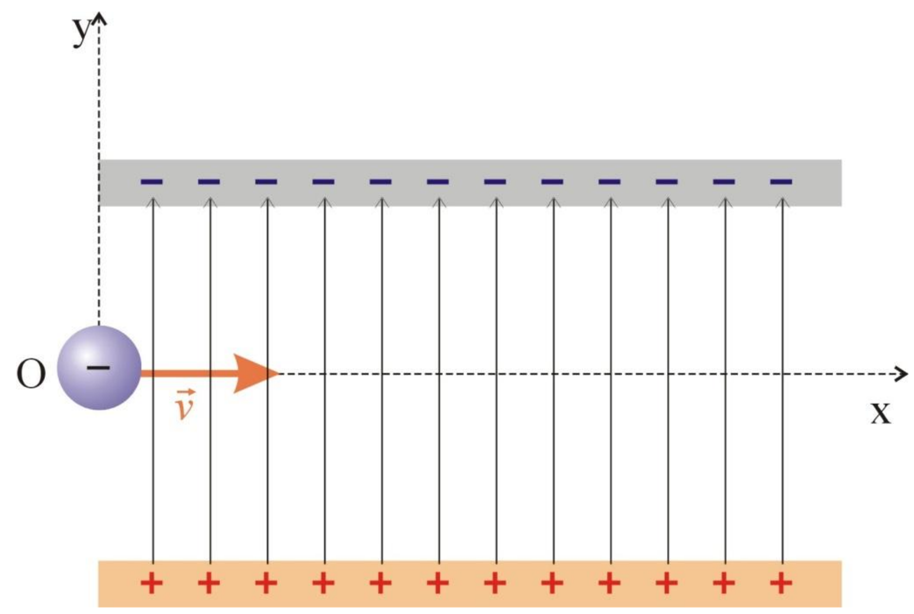
$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

- Conocido $\vec{E}$ podemos determinar q/m midiendo la aceleración
  - Así lo hizo J.J. Thomson en1897 para demostrar la existencia de los electrones y medir q_e/m_e
  - Osciloscopios, monitores y televisores (antiguos) utilizan este principio

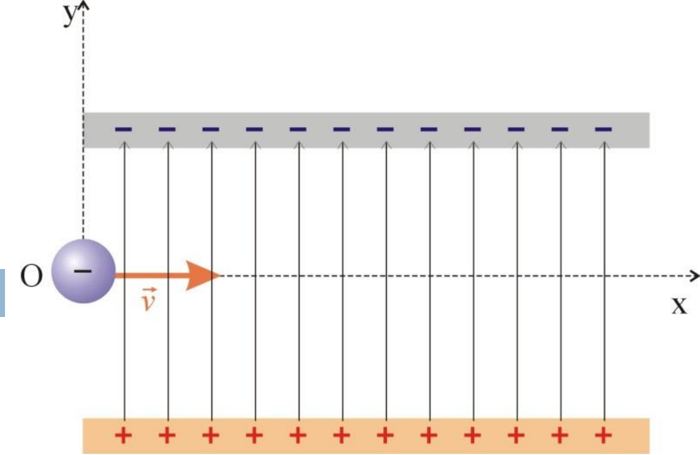


Ejercicio 8: Aceleración del electron en campo constante

- Un electrón que viaja horizontalmente con una velocidad de $3.4 \cdot 10^6$ m/s entra en una región de campo eléctrico uniforme dirigido hacia arriba, de valor E = 520 N/C. El campo se extiende en horizontal una distancia de 45 mm. Determinar:
  - El desplazamiento vertical.
  - La velocidad del electrón cuando sale de la región del campo.



Ejercicio 8: Aceleración del electron en c. constante



- La fuerza que siente el electrón va de arriba a abajo
  - En el eje vertical: $$-qE = ma_y \Rightarrow a_y = -\frac{q}{m}E$$

$$v_y = a_y t \Rightarrow y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{q}{2m}Et^2$$

  - En el eje X no hay aceleración

$$a_x = 0 \Rightarrow v_x = v_{0x}$$

$$\Rightarrow x = v_{0x}t \Rightarrow t = \frac{x}{v_{ox}}$$

$$\boxed{y = -\frac{qEx^2}{2mv_0^2} = -8 \cdot 10^{-3}\text{m} = -8\text{mm}}$$

- Trayectoria

$$v_x = 3{,}4 \cdot 10^6 \ m/s$$

$$v_y = -a_y t = -\frac{qEx}{mv_0} = -1{,}2 \cdot 10^6 \ m/s$$

$$\boxed{\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath} = (3.4 \cdot 10^6\vec{\imath} - 1.2 \cdot 10^6\vec{\jmath})m/s}$$