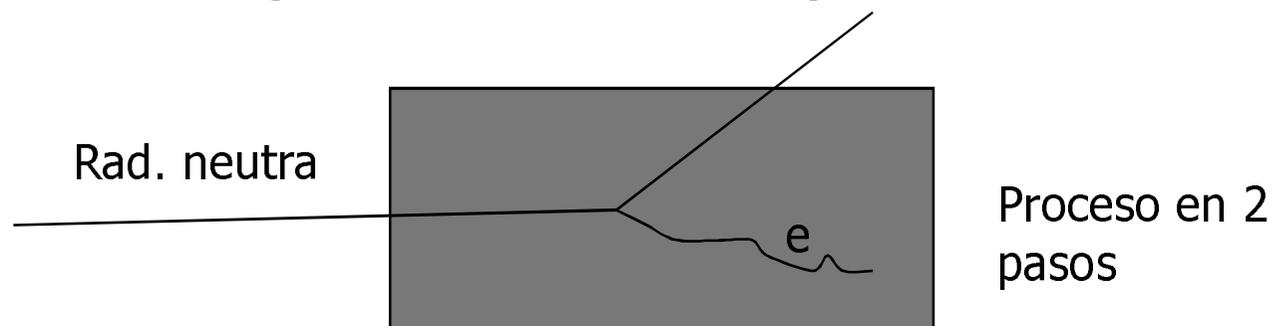


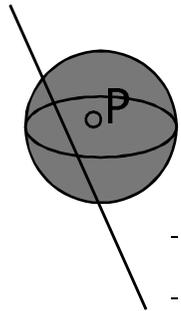
# Descripción de un campo de radiación

- La nomenclatura y magnitudes de uso general en las radiaciones ionizantes así como aquellas inherentes a la protección radiológica han sido introducidas por la Comisión Internacional de Unidades y Medidas de la radiación (ICRU) y por la Comisión Internacional de Protección Radiológica (ICRP).
- La diferencia entre las interacciones de la radiación cargada o neutra con la materia lleva a establecer la nomenclatura:
  - Radiación directamente ionizante: es aquella formada por partículas cargadas que transfieren su energía a la materia de forma directa a través de múltiples dispersiones de Coulomb a lo largo de su trayectoria.
  - Radiación indirectamente ionizante: formada por radiación  $\gamma$ , rayos X o neutrones que transfieren su energía a las partículas cargadas de la materia mediante un número discreto de interacciones. Posteriormente las partículas cargadas transfieren su energía a la materia.



# Magnitudes radiométricas

- La naturaleza estocástica de las radiaciones ionizantes:



Si consideramos un punto en un campo de radiación obtendríamos contaje nulo. Por tanto consideramos una esfera alrededor de P con área da. El número de partículas que contamos N es estocástico (  $\sigma = \sqrt{N}$  ).

Estocástico:

- Valores aleatorios según una distribución de probabilidad
- Se define en volúmenes finitos (no infinitesimales)
- Podemos hablar de su valor esperado ( $\langle N \rangle$  cuando  $n \rightarrow \infty$ ) (i.e. microdosimetría)

No estocástico:

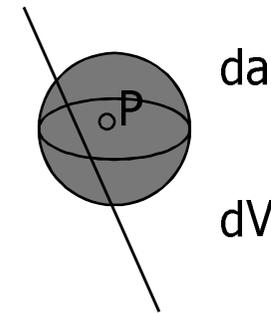
- Su valor puede considerarse una función de variable real (continua y diferenciable). Puede calcularse mediante el análisis matemático.
- En la práctica responden al valor esperado de magnitudes de origen estocástico

(i.e. actividad de una fuente radiactiva)

# Fluencia y fluencia de energía

Supondremos en general que las magnitudes obtenidas no son estocásticas...

- 1) Fluencia  $\Phi$ : número de partículas  $dN$  que inciden sobre una esfera centrada en  $P$  con sección recta  $da$  en un tiempo  $\Delta t$  (desde  $t_0$  a  $t$ ) (no se hace referencia a la dirección!)



Alternativa: valor esperado de la suma de longitudes de las trayectorias que cruzan  $dV$  por unidad de volumen

$$\Phi = \frac{dN}{da}$$

Unidades SI:  $m^{-2}$

- 2) Fluencia de energía  $\Psi$ : sea  $dR$  la energía total (excluida la de la masa en reposo) que transportan el conjunto de  $dN$  partículas que inciden en la esfera de sección recta  $da$  en un tiempo  $\Delta t$ .

$$\Psi = \frac{dR}{da}$$

Unidades SI:  $J m^{-2}$

Si las partículas son monoenergéticas

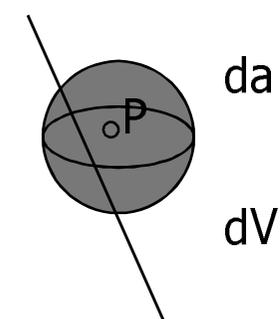
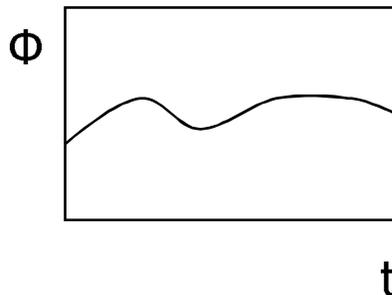
$$R = N \cdot E$$

$$\Psi = \Phi \cdot E$$

# Tasa de fluencia

3) Tasa de fluencia  $\phi$ : la fluencia  $\Phi$  puede ser considerada como una función de  $t$ . Su derivada es la tasa de fluencia en P

$$\phi = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d^2 N}{dt da}$$



Tb: densidad de flujo de partículas

Unidades SI:  $s^{-1} m^{-2}$

Puesto que la densidad de flujo es una función de  $t$

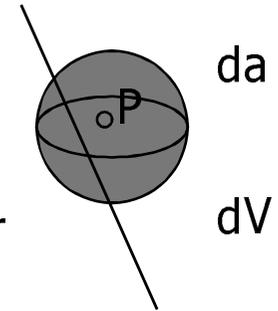
$$\Phi(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} dt \phi(t)$$

Si la tasa de fluencia es constante

$$\Phi(t_0, t_1) = \phi (t_1 - t_0)$$

Se suelen separar las fluencias de fotones, electrones, neutrones, etc

# Tasa de fluencia de energía



- 4) Tasa de fluencia de energía: la fluencia de energía  $\Psi$  puede ser considerada como una función de  $t$ . Su derivada es la tasa de fluencia de energía

$$\psi = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d^2 R}{dt da}$$

Tb: densidad de flujo de energía

Unidades SI:  $J s^{-1} m^{-2}$

De nuevo, se puede escribir

$$\Psi(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} dt \psi(t)$$

Si la tasa de fluencia de energía es constante

$$\Psi(t_0, t_1) = \psi (t_1 - t_0)$$

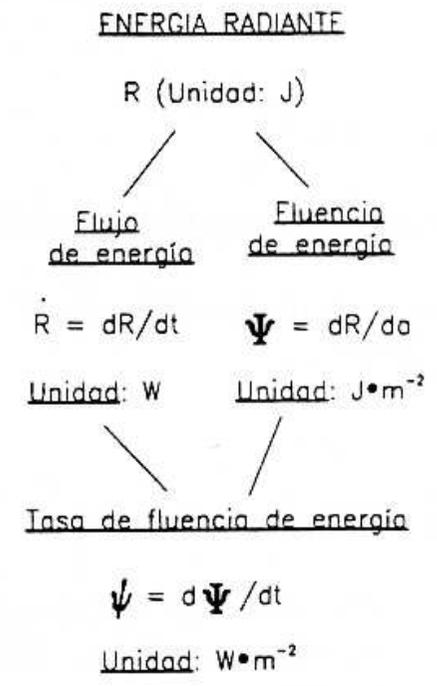
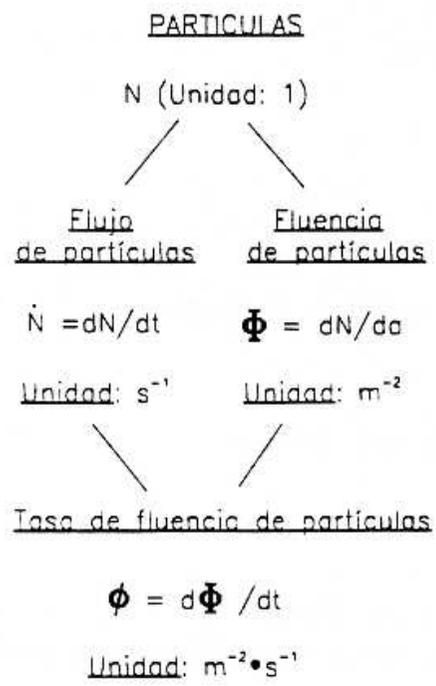
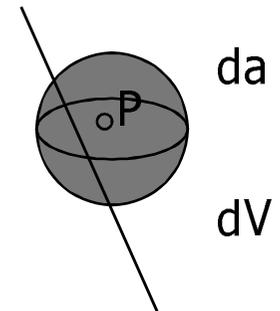
# Radiometría

De modo análogo se pueden definir los flujos de partículas y de energía como

$$\dot{N} = \frac{dN}{dt}$$

$$\dot{R} = \frac{dR}{dt}$$

RADIOMETRIA



# Distribuciones en energía

Distribuciones diferenciales: en muchos casos tiene interés conocer la distribución diferencial de las magnitudes radiométricas en función de la energía y de los ángulos de incidencia.

1) Distribución de la densidad de flujo (de partículas) en energía

$$\phi = \int_0^{E_{\max}} dE \phi'(E) \quad \text{Unidades } \phi': \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ keV}^{-1}$$

2) Distribución angular de la densidad de flujo (de partículas)

$$\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \phi'(\theta, \varphi) \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi; \quad d\Omega = \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi$$

$$\phi'(E) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \phi'(\theta, \varphi, E) \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi$$

# Distribuciones en energía

3) Distribución energética de la densidad de flujo de energía

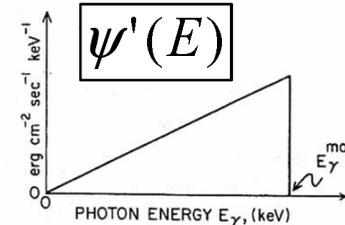
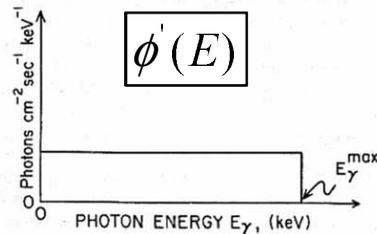
$$\psi = \int_0^{E_{\max}} dE \psi'(E)$$

Unidades  $\psi'$ :  $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2} \text{keV}^{-1}$

$$\psi = \int_0^{E_{\max}} dE E \phi'(E)$$

De aquí

$$\psi'(E) = E \phi'(E)$$

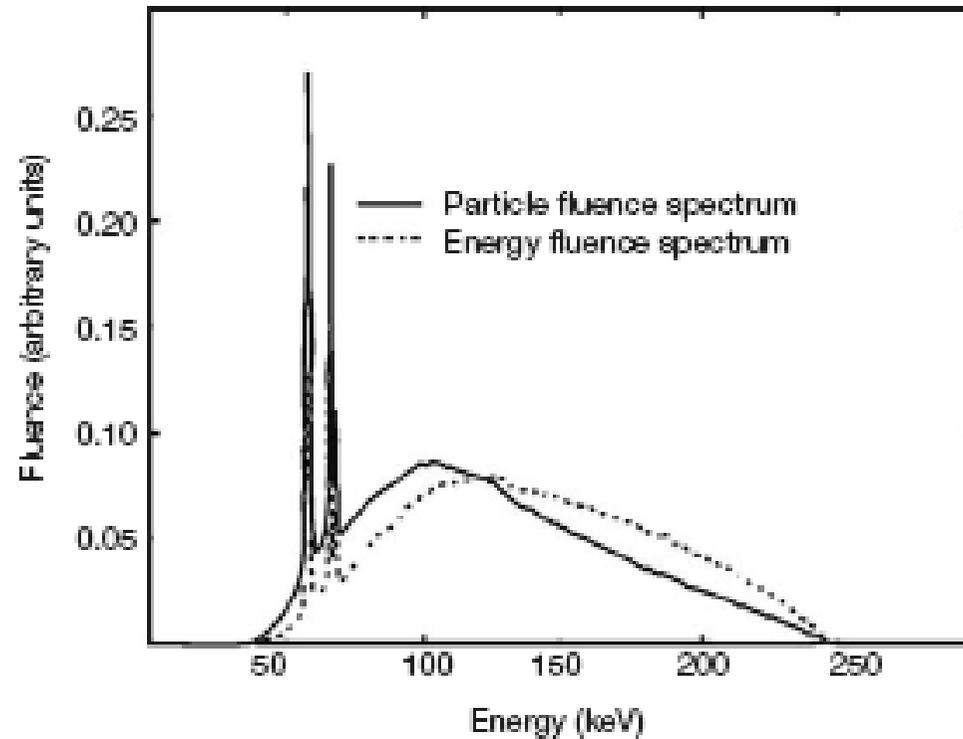


4) Distribución angular de la densidad de flujo de energía

$$\psi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \psi'(\theta, \varphi) \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi; \quad d\Omega = \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi$$

$$\psi'(E) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \psi'(\theta, \varphi, E) \text{sen}(\theta) d\theta d\varphi$$

# Distribuciones en energía



*FIG. 2.1. Photon fluence and energy fluence spectra at 1 m from the target of an X ray machine with a tube potential of 250 kV and added filtration of 1 mm Al and 1.8 mm Cu (target material: W; inherent filtration: 2 mm Be).*

# Simetrías para la fluencia

Distribución angular de la densidad de flujo:

a) Cuando la radiación es isotrópica (i.e. no importa su dirección), entonces

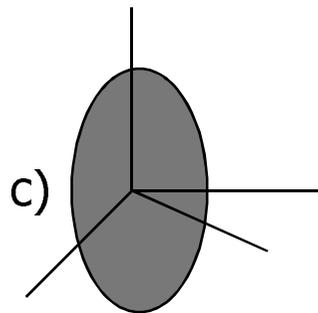
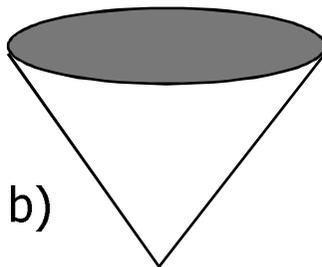
$$\phi'(\theta, \varphi) = cte = \frac{\Phi}{4\pi}$$

b) Cuando tiene simetría respecto al eje z (independiente de  $\varphi$ )

$$\phi'(\theta) = 2\pi \text{sen}(\theta) \phi'(\theta, \varphi)$$

c) Cuando posee simetría cenital (independiente de  $\theta$ )

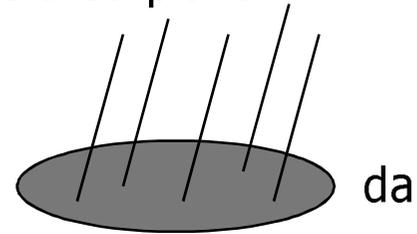
$$\phi'(\varphi) = 2 \phi'(\theta, \varphi)$$



# Fluencia plana

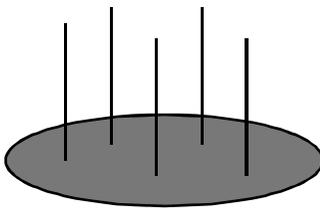
Fluencia plana: es el número de partículas que cruzan la unidad de área da (independiente de su dirección) por unidad de área plana

$$\Phi_p = \frac{dN_a}{da}$$

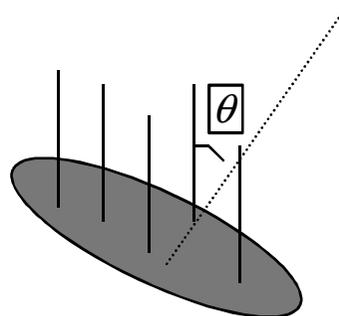


También podemos definir fluencia energética plana

$$\Psi_p = \frac{dR_a}{da}$$



$$\Psi = \Psi_p$$



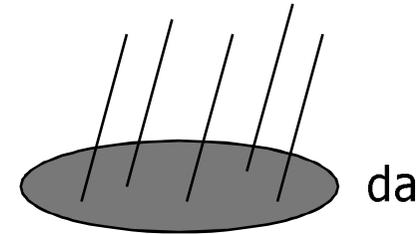
$$\Psi_p = |\cos(\theta)| \Psi$$

Para un campo de radiación de trayectorias paralelas

# Fluencia plana vs. fluencia

Tasa de fluencia plana a partir de la tasa de fluencia

$$d\phi'_p = \phi'(\theta, \varphi, E) |\cos(\theta)| \sin(\theta) d\theta d\varphi dE$$



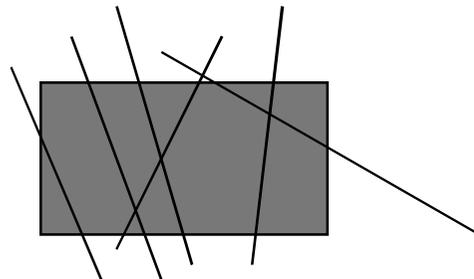
$$\Phi_p = \int_0^{E_{\max}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \phi'(\theta, \varphi, E) |\cos(\theta)| \sin(\theta) d\theta d\varphi dE$$

Si realizamos la integral sobre  $\varphi$   $\theta$  obtendremos que en un campo de radiación isotrópico se cumple que:

$$\Phi_p = \frac{1}{2} \Phi$$

$$\Psi_p = \frac{1}{2} \Psi$$

Por lo que atañe a la dosimetría, la respuesta de un detector frente a radiación penetrante (i.e. MIPs) es normalmente proporcional a la fluencia (no a la fluencia plana!)

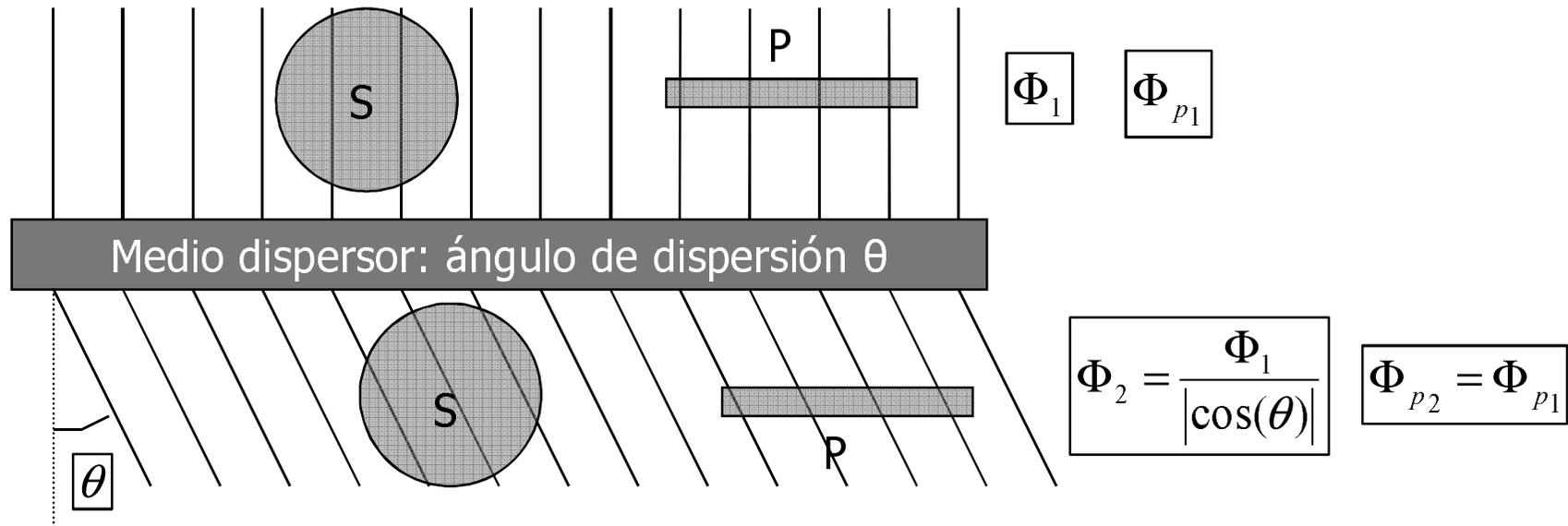


$$E_{\text{track}} \propto \text{track\_length}$$

$$E_{\text{total}} \propto \sum \text{track\_length} \propto \Phi$$

# Fluencia y medida

Respuesta de un detector: fluencia o fluencia plana



Para radiación penetrante Edepositada prop  
longitud de traza:

El detector esférico cumple que

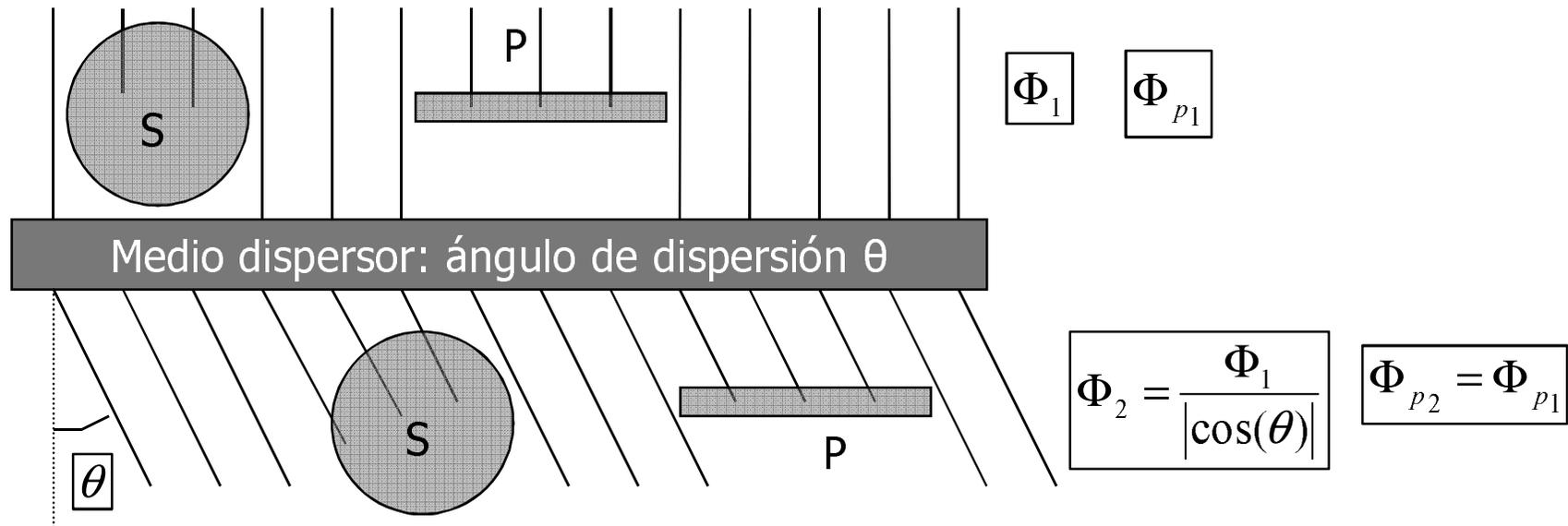
$$S_2 = \frac{S_1}{|\cos(\theta)|}$$

El detector plano es atravesado por el mismo  
número de trazas pero debajo su longitud es  
 $1/\cos(\theta)$  por lo que también

$$P_2 = \frac{P_1}{|\cos(\theta)|}$$

# Fluencia y medida

Respuesta de un detector: fluencia o fluencia plana



Para radiación poco penetrante (soft XR):

El detector esférico cumple que

$$S_2 = \frac{S_1}{|\cos(\theta)|}$$

El detector plano es atravesado por el mismo número de trazas. La respuesta de un detector planar para radiación no ionizante es proporcional a la fluencia plana

$$P_2 = P_1$$

# Atenuación exponencial

Descripción de la transmisión de radiación no cargada en su paso a través de la materia.

- Por tanto se trata de la descripción de haces de neutrones y fotones
- Esta radiación indirectamente ionizante pierde energía a través de un número relativamente pequeño de interacciones “catastróficas” frente a la pérdida de energía cinética gradual a través de colisiones múltiples para partículas cargadas (i.e. electrones) Una partícula cargada de 1MeV sufre  $10^5$  interacciones hasta que pierde toda su energía cinética.



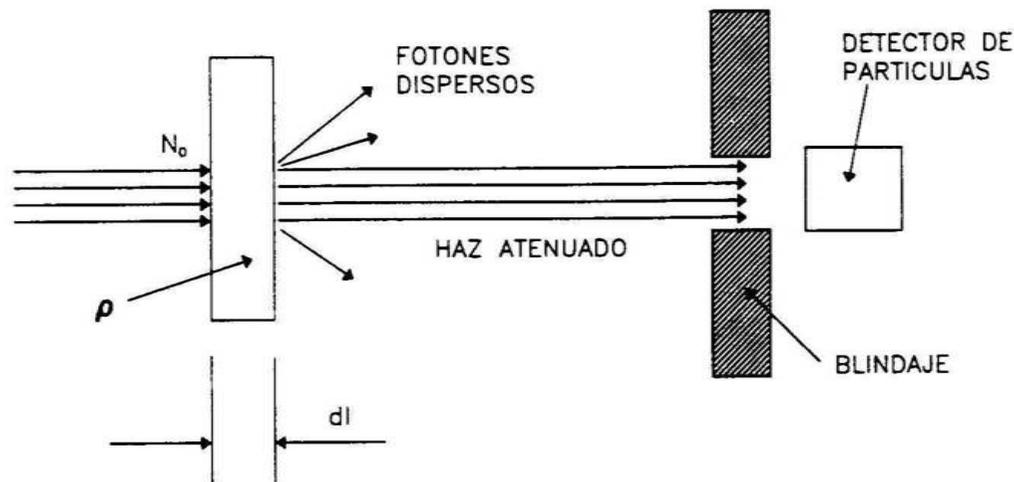
Figure 3-5. Cloud chamber photograph of alpha, beta, and gamma ray tracks. (J.B. Hoag: *Electron and Nuclear Physics*, courtesy D. Van Nostrand Co.) (H4)

Un fotón (de suficiente energía o con un medio adecuado) tiene una cierta probabilidad de atravesarlo sin ninguna pérdida de energía.

# Atenuación exponencial: modelo simple

Consideremos un haz de partículas que inciden perpendicularmente sobre una lámina de material  $dL$ . Consideramos que todas las partículas del haz poseen el mismo momento lineal (i.e. monoenergético y direcciones de movimiento paralelas).

Supongamos que si una partícula interacciona es absorbida (i.e. no se producen partículas o radiación secundaria). Por tanto una partícula del haz sólo puede atravesar la lámina o ser absorbida en ella



Sea  $\mu$  la probabilidad individual de que una partícula interaccione por unidad de espesor. El número de partículas absorbido en el material de espesor  $dL$  es

$$dN = -\mu N dL$$

$\mu$  tiene por tanto dimensión de longitud<sup>-1</sup> (cm<sup>-1</sup> ó m<sup>-1</sup>)

# Atenuación exponencial: modelo simple

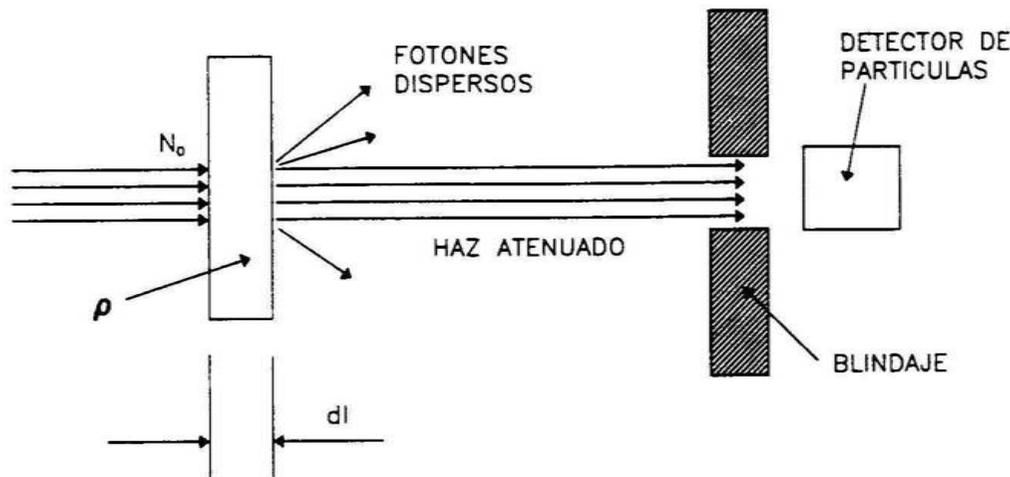
Por tanto obtenemos la fracción de partículas absorbidas en cada lámina de material  $dL$

$$\frac{dN}{dL} = -\mu N \quad \frac{dN}{N} = -\mu dL$$

Integrando esta ecuación para un espesor total  $L$

$$\int_{N_0}^{N_s} \frac{dN}{N} = -\int_0^L \mu dL \quad N_s = N_0 e^{-\mu L}$$

Esta expresión se conoce como la ley de atenuación exponencial.



Es válida cuando no se produce radiación secundaria o dispersión en el banco, o bien si en nuestro detector podemos discriminarla y sólo contar la radiación primaria.

$\mu$  se denomina coeficiente de atenuación lineal o coeficiente de atenuación.

# Atenuación exponencial: modelo simple

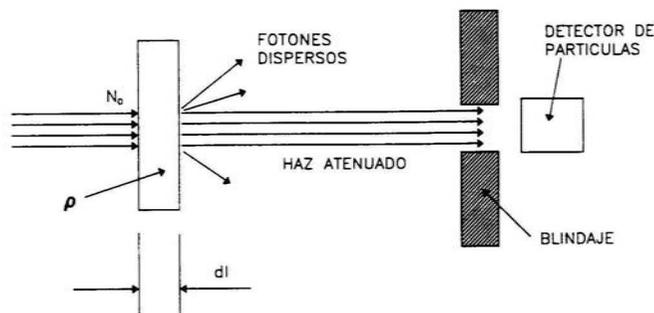
$$N_s = N_0 e^{-\mu L}$$

•Al cociente  $\mu/\rho$  se denomina coeficiente de atenuación másico. Unidades  $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$

$$N_s = N_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} \rho L}$$

•Se da exclusivamente para partículas ionizantes no cargadas (fotones o neutrones). Es una constante que depende del material, el tipo de radiación y su energía.

El producto  $\rho L \text{ kg m}^{-2}$  representa la masa por unidad de superficie que debe atravesar el haz. Así pues se puede decir que  $\mu/\rho$  indica la fracción de partículas que interaccionan con este material por unidad de masa superficial.



Esta ley de atenuación exponencial ocurre cuando consideramos la atenuación de fotones monoenergéticos en "condiciones de haz estrecho", es decir, cuando sólo una fracción despreciable de los fotones dispersos puede alcanzar el detector y ser contada.

# Atenuación exponencial: modelo simple

Si desarrollamos en serie de Taylor la atenuación exponencial obtendremos:

$$N_s = N_0 \left( 1 - \mu L + \frac{(\mu L)^2}{2!} - \frac{(\mu L)^3}{3!} + \frac{(\mu L)^4}{4!} - \dots \right)$$

En el caso  $\mu L \ll 1$  (del orden de 0.01) es una buena aproximación considerar que

$$N_s \cong N_0 (1 - \mu L)$$

La magnitud  $1/\mu$  se define como recorrido libre medio de las partículas incidentes en el medio del blanco. Es la distancia media que puede recorrer una partícula hasta interaccionar. Esta magnitud nos permite caracterizar el grado de atenuación del medio.

$1/\mu$  -> 1/e factor de reducción de fluencia (37%)

$3/\mu$  -> 5%

$5/\mu$  -> menos de 1%

$7/\mu$  -> menos de 0.1%

Coefficientes de atenuación on line \_> [www.nist.gov](http://www.nist.gov)

# Atenuación exponencial: HVL y TVL

En la caracterización y blindaje de un haz de radiación suele usarse la llamada capa hemirreductora o HVL (Half Value Layer) y también la TVL (Tenth Value Layer). La capa hemirreductora HVL es el espesor de material que atenúa un haz a la mitad de intensidad (N.B: aquella capa de materia que en un haz de geometría estrecha reduce el kerma en aire a un valor mitad del kerma en aire del haz no atenuado, definición estricta).

$$HVL = \frac{\ln(2)}{\mu} = \frac{0.693}{\mu}$$

Sea  $L_h$  la capa hemirreductora de un determinado haz, entonces la atenuación puede escribirse como

$$N_s = N_0 2^{-L/L_H}$$

El espesor  $L_H$  depende del material escogido (muy habitualmente aluminio) y del espectro de energía del haz (para haces polienergéticos). En la práctica para rayos X el conocimiento de la capa hemirreductora se considera como suficiente para caracterizar el haz.

El TVL ( $L_T$ ) es el espesor de material que reduce la intensidad de radiación a la décima parte

$$TVL = \frac{\ln(10)}{\mu} = \frac{2.3026}{\mu}$$

$$N_s = N_0 10^{-L/L_T}$$

Calidad de la radiación	Tensión nominal del tubo (kV)	Valor nominal de 1°CHR en aluminio (mm)	Valor nominal del coeficiente de homogeneidad
RQR 2	40	1.42	0.81
RQR 3	50	1.78	0.76
RQR 4	60	2.11	0.72
RQR 5	70	2.46	0.70
RQR 6	80	2.81	0.67
RQR 7	90	3.20	0.65
RQR 8	100	3.59	0.64
RQR 9	120	4.37	0.64
RQR 10	150	5.62	0.66

Tabla 2: Características de las calidades de radiación de la serie RQR

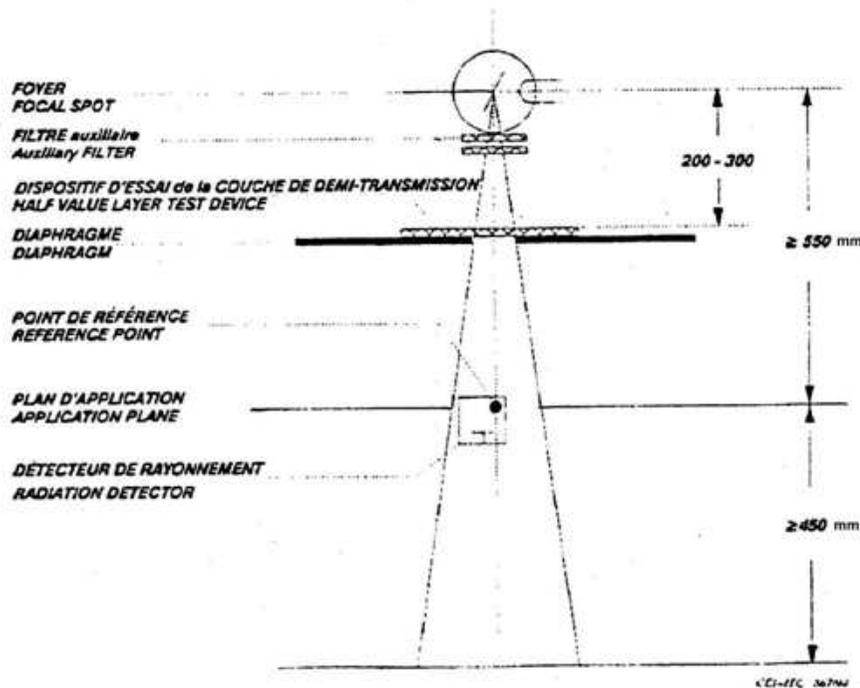


Figura 5: Dispositivo experimental para la caracterización de las calidades de la serie RQR (Figura 2, IEC 2001)

## Atenuación exponencial: HVL y TVL

Ejemplo de calidad de haz donde se indica la capa hemirreductora CHR o HVL para rayos X de diagnóstico

(NB el coeficiente de homogeneidad es el cociente entre la primera CHR y la segunda CHR)

# Atenuación exponencial: modelo compuesto

Si varios procesos pueden tener lugar a la hora de absorber una partícula del haz incidente, entonces la probabilidad individual de interacción  $\mu$  puede ser descompuesta en diferentes términos,

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots$$

Donde  $\mu_1$  se denomina el coeficiente de atenuación lineal parcial correspondiente al proceso 1, etc...

$$\begin{aligned} dN_1 &= -\mu_1 N dL \\ dN_2 &= -\mu_2 N dL \end{aligned}$$

El número de interacciones de cada tipo que se producen en una capa de espesor  $dL$

Integrando la ecuación sobre el número total de interacciones se obtiene

$$N_s = N_0 e^{-\mu L} = N_0 e^{-(\mu_1 + \mu_2 + \dots)L}$$

En una lámina macroscópica de espesor  $L$  el número de interacciones de un determinado tipo  $i$  se obtiene del número total sabiendo que la fracción del total que le corresponde es  $\mu_i/\mu$ .

$$N_1 = \Delta N \frac{\mu_1}{\mu} = (N_0 - N_s) \frac{\mu_1}{\mu} = N_0 (1 - e^{-(\mu_1 + \mu_2 + \dots)L}) \frac{\mu_1}{\mu}$$

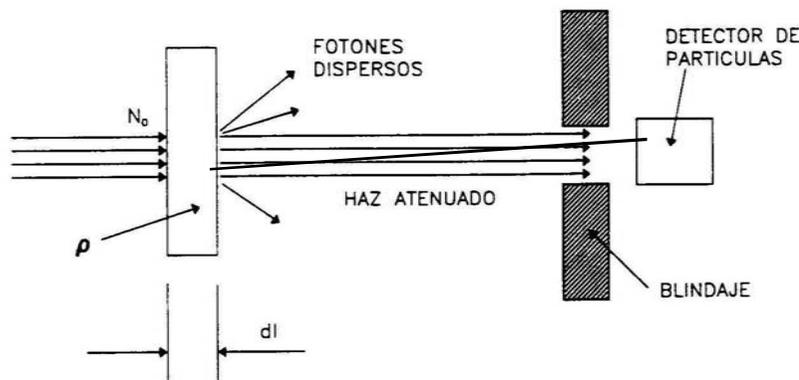
# Atenuación exponencial: haz ancho

En la definición de  $\mu$  hemos decidido no contar ninguna partícula que no sea primaria (i.e. que haya sufrido cualquier interacción en el blanco). El coeficiente  $\mu$  incluirá todos los coeficientes parciales de atenuación de todos los procesos que pueda sufrir una partícula primaria.

La situación real o de haz ancho mediremos un coeficiente  $\mu' < \mu$  debido a la posibilidad de contar alguna partícula que haya sufrido interacción (i.e. dispersión a un ángulo pequeño).

$$\mu' \longrightarrow \mu$$

En general  $\mu$  será el límite de  $\mu'$  cuando nos movemos hacia una geometría de haz estrecho: alejando el atenuador del detector, alejando la fuente del atenuador, colimando con un material de blindaje adecuado etc...

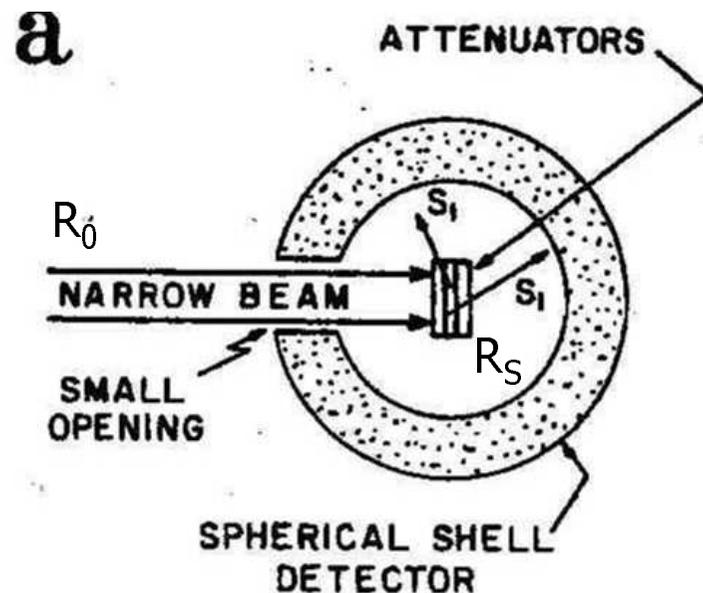


Hemos usado el CONTAJE de fotones como regla para la definición del haz, pero podemos pensar en establecer esta regla sobre la energía radiante!!

# Coeficiente de absorción de energía

Consideremos que sobre cierto material de espesor  $L$  incide un haz de partículas no cargadas (fotones o neutrones). Las partículas primarias portan una energía radiante  $R_0$ , en parte sufriendo interacciones en el material y atravesándolo sin ser dispersadas el resto.

En la situación ideal de haz ancho detectamos todas las partículas secundarias y primarias producidas en el blanco (suficientemente fino). Si nuestro detector responde de modo proporcional a la energía radiante de todas las partículas, primarias, secundarias o dispersadas, podremos medir la energía radiante que subsiste después de atravesar un espesor  $L$ .



$$dR = -\mu_{en} R dL$$

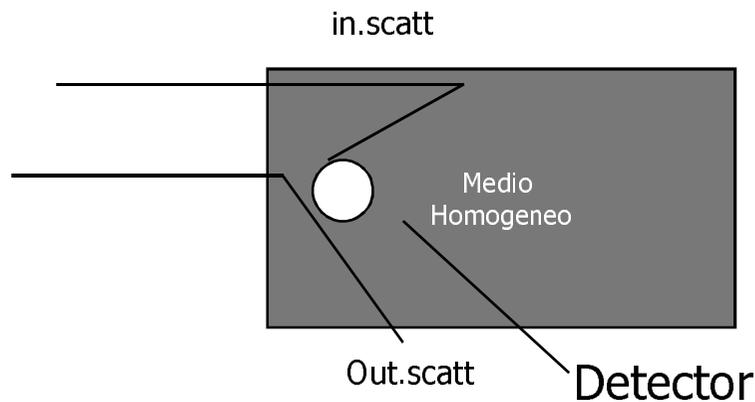
$$R_S = R_0 e^{-\mu_{en} L}$$

$\mu_{en}$  se conoce como coeficiente lineal de absorción de energía (unidades  $m^{-1}$ )

$\mu_{en}/\rho$  se conoce como coeficiente másico de absorción de energía (unidades  $m^2 kg^{-1}$ )

# Atenuación exponencial: haz ancho

Se suele considerar la atenuación  $\mu_{en}$  como una mejor aproximación a  $\mu'$  en casos realistas.



En una situación real no detectamos todas las partículas dispersadas que debían llegar al detector (aunque puede haber compensación out-scattering vs in-scattering i.e. partículas que no apuntaban al detector y que detectamos por ser dispersadas)

$$\mu_{en} < \mu' < \mu \quad in.scatt < out.scatt$$

$$\mu' < \mu_{en} \quad out.scatt < in.scatt$$

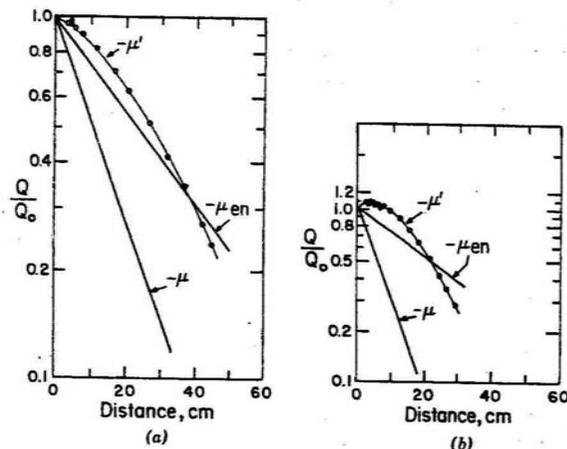
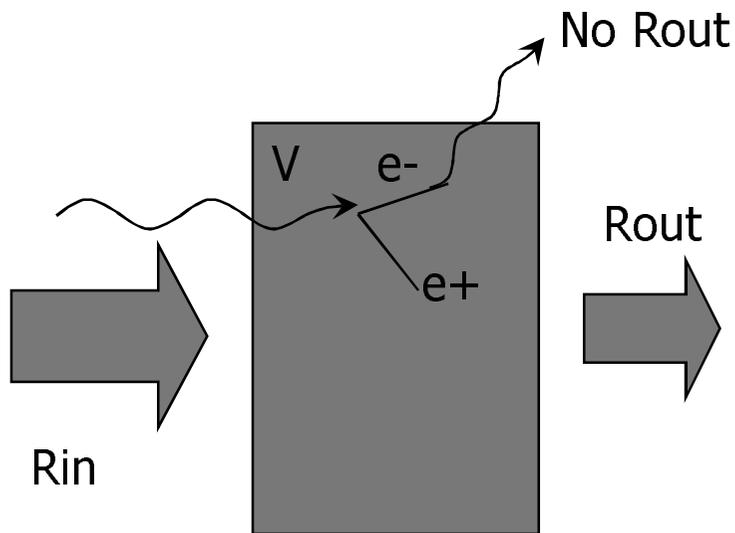


FIGURE 3.4. Broad-beam attenuation of (a)  $^{60}\text{Co}$  (1.25 MeV) and (b)  $^{203}\text{Hg}$  (0.279 MeV) gamma rays as a function of distance from a point source in an infinite water medium. Also shown are lines of slope  $-\mu$  and  $-\mu_{en}$ . The measured attenuation was gotten as the ratio of the ion chamber response with ( $Q$ ) to that without ( $Q_0$ ) the water medium present. (From the thesis of M. A. Van Dilla, as quoted by Evans, 1955.) Figures reproduced with permission of R. D. Evans and the McGraw-Hill Book Company.

$^{60}\text{Co}$  y  $^{203}\text{Hg}$  medidas en un tanque de agua. Vemos que en el límite de gran profundidad  $\mu' \rightarrow \mu$

# Energía transferida

Se define la energía transferida  $E_{tr}$  como una magnitud estocástica que corresponde a la energía convertida en energía cinética de partículas cargadas en un volumen  $V$



$$E_{tr} = R_{in} - R_{out} + \Sigma Q$$

$R_{in}$  es la cantidad de energía radiante (excluida la masa en reposo) transportada por el haz que incide sobre el volumen  $V$

$R_{out}$  es la cantidad de energía radiante saliente del volumen  $V$  (se excluye aquella parte de la energía que proviene de energía cinética de partículas cargadas)

$\Sigma Q$  representa el término de balance energético debido a la creación de pares y aniquilación

Cuando se convierte masa en energía ( $m \rightarrow E$ )  $Q$  es positiva  
inversamente ( $E \rightarrow m$ )  $Q$  es negativa

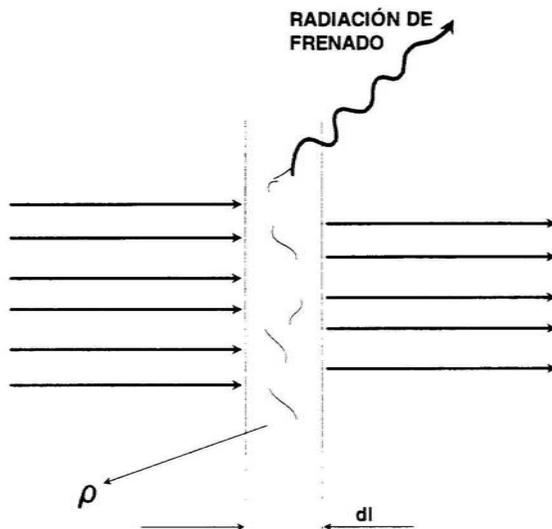
Importante, si una partícula cargada que ha adquirido energía cinética por interacciones del haz en el material pierde parte de esta energía produciendo radiación de frenado o aniquilación en vuelo, ésta no se computa en  $R_{out}$ . Nos interesa la energía adquirida por los electrones pero no aquella que ellos transfieren a terceras partículas por cualquier proceso físico.

# Coeficiente de transferencia de energía

La interacción de un haz de partículas no cargadas en una lámina material produce transferencia de energía a los electrones del medio. Estos pierden esta energía mediante colisiones múltiples o dando lugar a radiación de frenado.

Consideremos un haz monoenergético de  $N$  partículas no cargadas de energía  $E$  que inciden sobre un espesor de material  $dL$ , la energía transferida (como energía cinética) a partículas cargadas del medio (i.e. electrones) será  $dE_{tr}$

$$dE_{tr} = \mu_{tr} E N dL$$



$$\frac{dE_{tr}}{dL} = \mu_{tr} E N ; \quad \mu_{tr} = \frac{1}{E N} \frac{dE_{tr}}{dL}$$

Donde  $\mu_{tr}$  es el coeficiente de transferencia de energía.  
Unidades  $m^{-1}$

# Coeficiente de transferencia de energía

El coeficiente másico de transferencia de energía se define como  $\mu_{tr}/\rho$  y por tanto verifica que

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{1}{\rho E N} \frac{dE_{tr}}{dL}$$

Unidades  $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$

- El coeficiente másico  $\mu_{tr}/\rho$  solo tiene sentido para partículas ionizantes no cargadas (fotones y neutrones). Es una constante para cada tipo de radiación, energía de la misma y tipo de material.
- $\mu_{tr}/\rho$  indica la fracción de energía de las partículas incidentes que se transfiere a partículas cargadas en forma de energía cinética por unidad de masa superficial.

Recordemos que la fluencia de energía  $\Psi$  se definía como:

$$\Psi = \frac{dR}{da}$$

$$E N \frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{dE_{tr}}{\rho dL}$$

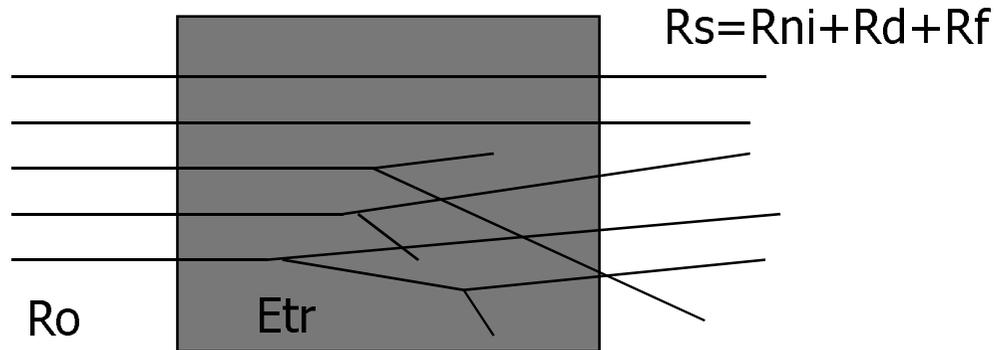
$$E N \frac{\mu_{tr}}{da \rho} = \frac{dE_{tr}}{\rho da dL}$$

$$\Psi \frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{dE_{tr}}{dm}$$

Por tanto el producto de la fluencia de energía por el coeficiente másico de transferencia de energía nos da la energía transferida por unidad de masa

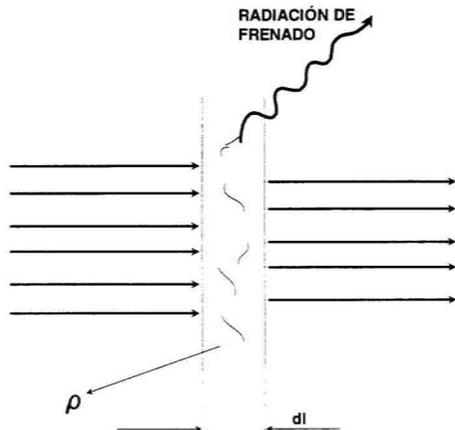
# Radiación de frenado

Si consideramos la forma de definición de  $\mu_{en}$ , éste coeficiente mide la disminución de energía radiante al atravesar  $dL$ , esta energía se transferiría a los electrones pero parte de ella ha sido considerada en  $\mu_{en}$  ya que a  $R_s$  contribuye la radiación de frenado de los electrones en el medio material.



Sea  $g$  la fracción de energía de las partículas cargadas secundarias que se disipa en el material como radiación de frenado. Entonces

$$\mu_{tr}(1 - g) = \mu_{en}$$



$\mu_{en}/\rho$  y  $\mu_{tr}/\rho$  pueden diferir apreciablemente cuando las partículas cargadas tienen energías cinéticas altas (i.e.  $E_c$  del orden de  $m$ ). Por ejemplo  $\mu_{en}/\rho$  es un 43% menor que  $\mu_{tr}/\rho$  para rayos gamma de 10 MeV en plomo

# Radiación de frenado

Para materiales de interés en dosimetría (i.e. aire, agua) la diferencia entre  $\mu_{tr}$  y  $\mu_{en}$  suele ser inferior al 0.5 %. En la tabla se encuentran tabulados los valores de g (CCEMRI/85-18, 1985)

hv (MeV)	agua	aire	carbono
$\leq 0,4$	$< 10^{-3}$	$< 10^{-3}$	$< 10^{-3}$
0,5	0,001	0,001	0,001
$^{137}\text{Cs}$	0,001 <sub>5</sub>	0,002	0,001 <sub>5</sub>
1,0	0,002	0,002 <sub>5</sub>	0,002
$^{60}\text{Co}$	0,003	0,003	0,002 <sub>5</sub>
1,5	0,003 <sub>5</sub>	0,004	0,003

Estos valores indican la importancia de la radiación de frenado producida por los electrones en el medio frente a las restantes pérdidas de energía de la radiación incidente.

# Coeficientes máxicos de atenuación

APPENDIX D.3. (Continued)

Photon Energy (MeV)	Air			Water			ICRU Compact Bone			ICRU Striated Muscle		
	$\mu/\rho$	$\mu_{tr}/\rho$	$\mu_{en}/\rho$	$\mu/\rho$	$\mu_{tr}/\rho$	$\mu_{en}/\rho$	$\mu/\rho$	$\mu_{tr}/\rho$	$\mu_{en}/\rho$	$\mu/\rho$	$\mu_{tr}/\rho$	$\mu_{en}/\rho$
0.01	5.04	4.61	4.61	5.21	4.79	4.79	20.3	19.2	19.2	5.30	4.87	4.87
0.015	1.56	1.27	1.27	1.60	1.28	1.28	6.32	5.84	5.84	1.64	1.32	1.32
0.02	0.758	0.511	0.511	0.778	0.512	0.512	2.79	2.46	2.46	0.796	0.533	0.533
0.03	0.350	0.148	0.148	0.371	0.149	0.149	0.962	0.720	0.720	0.375	0.154	0.154
0.04	0.248	0.0668	0.0668	0.267	0.0677	0.0677	0.511	0.304	0.304	0.267	0.0701	0.0701
0.05	0.206	0.0406	0.0406	0.225	0.0418	0.0418	0.346	0.161	0.161	0.224	0.0431	0.0431
0.06	0.187	0.0305	0.0305	0.205	0.0320	0.0320	0.273	0.0998	0.0998	0.204	0.0328	0.0328
0.08	0.167	0.0243	0.0243	0.185	0.0262	0.0262	0.209	0.0537	0.0537	0.183	0.0264	0.0264
0.10	0.155	0.0234	0.0234	0.171	0.0256	0.0256	0.181	0.0387	0.0387	0.170	0.0256	0.0256
0.15	0.136	0.0250	0.0250	0.151	0.0277	0.0277	0.150	0.0305	0.0305	0.150	0.0275	0.0275
0.2	0.124	0.0268	0.0268	0.137	0.0297	0.0297	0.133	0.0301	0.0301	0.136	0.0294	0.0294
0.3	0.107	0.0287	0.0287	0.119	0.0319	0.0319	0.114	0.0310	0.0310	0.118	0.0317	0.0317
0.4	0.0954	0.0295	0.0295	0.106	0.0328	0.0328	0.102	0.0315	0.0315	0.105	0.0325	0.0325
0.5	0.0868	0.0297	0.0296	0.0966	0.0330	0.0330	0.0926	0.0317	0.0317	0.0958	0.0328	0.0328
0.6	0.0804	0.0296	0.0295	0.0894	0.0329	0.0329	0.0856	0.0315	0.0314	0.0886	0.0326	0.0325
0.8	0.0706	0.0289	0.0289	0.0785	0.0321	0.0321	0.0751	0.0307	0.0306	0.0778	0.0318	0.0318
1.0	0.0635	0.0280	0.0278	0.0706	0.0311	0.0309	0.0675	0.0297	0.0295	0.0699	0.0308	0.0306
1.5	0.0517	0.0256	0.0254	0.0575	0.0284	0.0282	0.0549	0.0272	0.0270	0.0570	0.0282	0.0280
2	0.0444	0.0236	0.0234	0.0493	0.0262	0.0260	0.0472	0.0251	0.0249	0.0489	0.0259	0.0257
3	0.0358	0.0207	0.0205	0.0396	0.0229	0.0227	0.0382	0.0221	0.0219	0.0392	0.0227	0.0225
4	0.0308	0.0189	0.0186	0.0340	0.0209	0.0206	0.0331	0.0204	0.0200	0.0337	0.0207	0.0204
5	0.0276	0.0178	0.0174	0.0303	0.0195	0.0191	0.0297	0.0192	0.0187	0.0300	0.0193	0.0189
6	0.0252	0.0168	0.0164	0.0277	0.0185	0.0180	0.0274	0.0184	0.0178	0.0274	0.0183	0.0178
8	0.0223	0.0157	0.0152	0.0243	0.0170	0.0166	0.0244	0.0173	0.0167	0.0240	0.0169	0.0164
10	0.0205	0.0151	0.0145	0.0222	0.0162	0.0157	0.0226	0.0168	0.0159	0.0219	0.0160	0.0155

Coeficiente máxico de atenuación, coeficiente máxico de transferencia de energía y coeficiente máxico de absorción de energía (Attix) en cm<sup>2</sup>/g

# Balance de energías

Ejemplo: sobre una lámina de agua de 1mm de espesor incide un haz de  $10^4$  fotones de 10 MeV. Calcular la energía absorbida por la lámina, la energía transferida a los electrones de la misma, la energía radiada como bremsstrahlung y la energía radiante dispersada por la lámina.

Consideraremos que el número de interacciones que sufren los fotones en esta lámina viene dado por

$$N_{\text{int}} = N \cdot \mu \cdot \Delta L = 10^4 \cdot 0.0222 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 0.1 \text{cm} = 22.2 \rightarrow E_{\text{int}} = 222 \text{ MeV}$$

$E_{\text{int}}$  es la energía radiante de los fotones que sufren alguna interacción (absorción o dispersión)

La energía transferida a los electrones

$$E_{\text{tr}} = \mu_{\text{tr}} E N \Delta L = 0.0162 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10 \text{MeV} \cdot 10^4 \cdot 0.1 \text{cm} = 162 \text{MeV}$$

La energía absorbida

$$E_{\text{ab}} = \mu_{\text{en}} E N \Delta L = 0.0157 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10 \text{MeV} \cdot 10^4 \cdot 0.1 \text{cm} = 157 \text{MeV}$$

Energía emitida como radiación de frenado

$$E_{\text{br}} = E_{\text{tr}} - E_{\text{ab}} = 162 \text{MeV} - 157 \text{MeV} = 5 \text{MeV} \rightarrow g = \frac{5}{162} = 0.03$$

Energía correspondiente a fotones dispersados

$$E_{\text{d}} = E_{\text{int}} - E_{\text{tr}} = 222 \text{MeV} - 162 \text{MeV} = 60 \text{MeV}$$

# Interpretación microscópica

Consideremos un haz de fotones incidiendo sobre una lámina de un material de espesor  $dl$  y área  $da$ . La interpretación física del coeficiente de atenuación lineal corresponde a la probabilidad de interacción de un fotón en esta lámina de espesor  $dl$ .

$$N_a = \frac{\rho dl da}{u A}$$

$N_a$  es el número de átomos presentes en este volumen de material ( $dV = da dl$ ) teniendo en cuenta que  $A$  es el peso atómico de este átomo y  $u$  es la unidad de masa atómica ( $1/12$  de la masa de  $^{12}\text{C}$ ).  $u = 1.660 \times 10^{-27} \text{ kg}$

$$prob. \text{ int.} = \frac{N_a \sigma_{tot}}{da} = \frac{\rho dl da \sigma_{tot}}{u A da} = \frac{\rho dl \sigma_{tot}}{u A} = \mu dl$$

Por lo tanto de aquí se obtiene

$$\mu = \frac{\rho \sigma_{tot}}{u A}; \quad \frac{\mu}{\rho} = \frac{\sigma_{tot}}{u A}$$

La sección eficaz total de interacción se podrá descomponer en los términos basados en las secciones eficaces elementales

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{1}{u A} (\sigma_R + \sigma_C + \sigma_F + \sigma_P)$$

$\sigma_R$  scattering Rayleigh o coherente

$\sigma_C$  scattering Compton

$\sigma_F$  absorcion fotoelectrico

$\sigma_P$  producción de pares

N.B. Despreciamos la existencia de reacciones fotonucleares y la producción triple.

# Interpretación microscópica

En el caso del coeficiente másico de transferencia de energía, hemos de tener en cuenta la fracción media de la energía que en cada tipo de interacción se transfiere a los electrones del medio

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{1}{u A} (f_F \sigma_F + f_C \sigma_C + f_P \sigma_P)$$

$$f_F = 1 - \frac{X}{E}$$

Representa la fracción de energía que no se emite en forma de radiación. X es la fracción media de la energía E que se emite como radiación de fluorescencia (rayos X característicos)

$$f_C = 1 - \frac{\langle E_\gamma \rangle + X}{E}$$

Representa la fracción de energía se transmite al electrón en una colisión Compton. Donde  $\langle E_\gamma \rangle$  representa la energía media del fotón dispersado mediante Compton

$$f_P = 1 - \frac{2 m_e c^2}{E}$$

Representa la fracción de energía que se convierte en energía cinética del par electrón positrón.

Para el coeficiente de absorción de energía basta considerar de nuevo que

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} (1 - g) = \frac{\mu_{en}}{\rho}$$

g representa la fracción de energía cinética que se emite como radiación de frenado a lo largo de la trayectoria del electrón hasta su detención.

N.B. Despreciamos la existencia de reacciones fotonucleares y la producción triple.

# Contribución relativa de los procesos elementales

TABLE 5-5  
Types of Photon Interactions in Water

hν (keV)	% Interactions by Each Process				% Energy Transferred			% Energy Lost to Bremsstrahlung h
	a Coh	b Compton	c Photo	d Pair	e Compton	f Photo	g Pair	
10.0	4.5	3.1	92.4	0.0	0.1	99.9	0.0	0.0
15.0	8.5	10.8	80.7	0.0	0.4	99.6	0.0	0.0
20.0	11.6	23.3	65.1	0.0	1.3	98.7	0.0	0.0
30.0	13.0	50.7	36.3	0.0	6.8	93.2	0.0	0.0
40.0	11.0	69.6	19.4	0.0	19.3	80.7	0.0	0.0
50.0	8.6	80.4	11.0	0.0	37.2	62.8	0.0	0.0
60.0	6.8	86.6	6.6	0.0	55.0	45.0	0.0	0.0
80.0	4.5	92.6	2.9	0.0	78.8	21.2	0.0	0.0
100.0	3.1	95.3	1.5	0.0	89.6	10.4	0.0	0.0
150.0	1.6	97.9	0.5	0.0	97.4	2.6	0.0	0.0
200.0	1.0	98.8	0.2	0.0	99.0	1.0	0.0	0.0
300.0	0.5	99.4	0.1	0.0	99.7	0.3	0.0	0.1
400.0	0.4	99.6	0.0	0.0	99.9	0.1	0.0	0.1
500.0	0.3	99.7	0.0	0.0	99.9	0.1	0.0	0.1
600.0	0.2	99.8	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0	0.1
800.0	0.1	99.9	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0	0.2
(MeV)								
1.0	0.1	99.9	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0	0.2
1.5	0.0	99.8	0.0	0.2	99.9	0.0	0.1	0.4
2.0	0.0	99.2	0.0	0.8	99.3	0.0	0.7	0.5
3.0	0.0	97.1	0.0	2.9	96.7	0.0	3.3	0.8
4.0	0.0	94.5	0.0	5.5	93.3	0.0	6.7	1.1
5.0	0.0	91.6	0.0	8.4	89.6	0.0	10.4	1.4
6.0	0.0	88.9	0.0	11.1	86.2	0.0	13.8	1.6
8.0	0.0	83.1	0.0	16.9	79.0	0.0	21.0	2.3
10.0	0.0	77.0	0.0	23.0	71.9	0.0	28.1	2.9
15.0	0.0	65.6	0.0	34.4	59.3	0.0	40.7	4.6
20.0	0.0	56.0	0.0	44.0	49.3	0.0	50.7	6.5
30.0	0.0	43.2	0.0	56.8	37.1	0.0	62.9	10.0
40.0	0.0	35.1	0.0	64.9	29.7	0.0	70.3	13.6
50.0	0.0	29.3	0.0	70.7	24.6	0.0	75.4	16.8
60.0	0.0	25.3	0.0	74.7	21.1	0.0	78.9	19.8
80.0	0.0	19.7	0.0	80.3	16.4	0.0	83.6	25.3
100.0	0.0	16.0	0.0	84.0	13.3	0.0	86.7	30.1

- a.  $100 \sigma_{\text{coh}}/\mu$
- b.  $100 \sigma_{\text{inc}}/\mu$
- c.  $100 \tau/\mu$
- d.  $100 \pi/\mu$
- e.  $100 \sigma_{\text{tr}}/\mu_{\text{tr}}$
- f.  $100 \tau_{\text{tr}}/\mu_{\text{tr}}$
- g.  $100 \pi_{\text{tr}}/\mu_{\text{tr}}$
- h.  $100 (1 - \bar{E}_{\text{ab}}/\bar{E}_{\text{tr}})$

Contribución relativa de cada uno de los procesos elementales a la sección eficaz para fotones en AGUA.

- $E < 50 \text{keV}$  domina el efecto fotoeléctrico
- $50 \text{keV} < E < 100 \text{keV}$  el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton son ambos importantes
- $200 \text{keV} < E < 2 \text{MeV}$  el efecto Compton es prácticamente el único proceso
- $5 \text{MeV} < E < 10 \text{MeV}$  el efecto Compton es dominante y empieza a ser importante la creación de pares
- $50 \text{MeV} < E < 100 \text{MeV}$  la creación de pares es dominante

# Dependencia con la energía: coeficiente másico

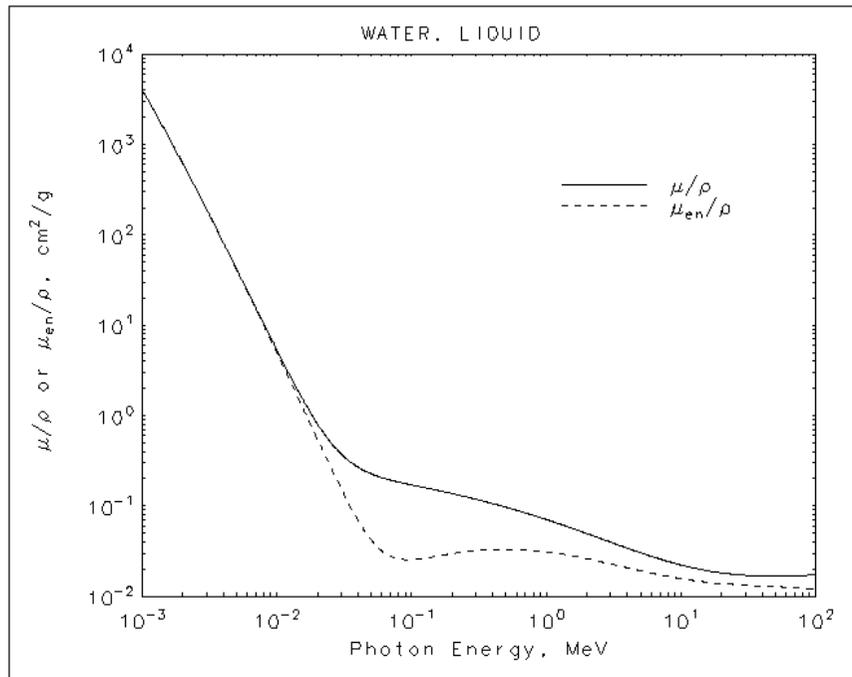


Ilustración del efecto de la variación con la energía del coeficiente de atenuación total y de la contribución de los procesos físicos a la atenuación. Imágenes de un mismo paciente a 80 kV y 2MV. A 80kV la energía media de los fotones es de 45 keV, el efecto fotoeléctrico juega un papel importante. Puesto que éste depende de  $Z^4$ , la absorción en hueso y tejido blando son diferentes. Sin embargo a 2MV el efecto Compton es dominante y éste depende de la densidad de electrones del medio, produciendo una absorción poco diferenciada.

Las secciones eficaces de los procesos elementales implicados en la interacción de los fotones dependen fuertemente con la energía. Por tanto el coeficiente másico de atenuación total varía sustancialmente al variar la energía. En general se produce una considerable disminución del coeficiente de atenuación másico cuando pasamos del rango de kV a MV.

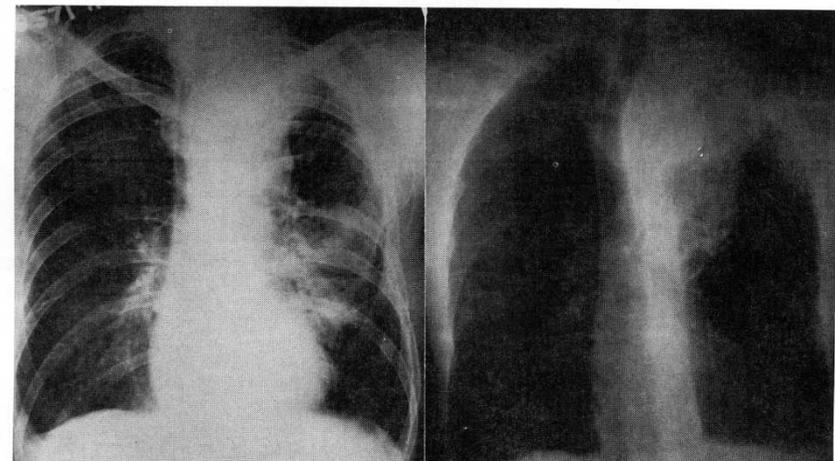


Figure 5-12. Chest x rays taken on standard diagnostic machine (80 kV), left, and 2 MV x ray machine, right. (Courtesy Milton Friedman.)

# Coeficientes para mezclas

En el caso de que la sustancia en cuestión sea una mezcla de elementos en una proporción en peso conocida, se aplica la llamada regla de Bragg\*

$$\frac{\mu}{\rho} = \omega_1 \left( \frac{\mu}{\rho} \right)_1 + \omega_2 \left( \frac{\mu}{\rho} \right)_2 + \dots$$

Siendo  $\omega_i$  las proporciones en peso de cada elemento por separado en la mezcla.

$$\frac{\mu_{tr}}{\rho} = \omega_1 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_1 + \omega_2 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_2 + \dots$$

Sin embargo la regla de aditividad para el coeficiente másico de absorción de energía que se escribiría como

$$\frac{\mu_{en}}{\rho} \approx \omega_1 \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_1 + \omega_2 \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_2 + \dots = (1 - g_1) \omega_1 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_1 + (1 - g_2) \omega_2 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_2 + \dots$$

Tiene un problema ya que el término  $(1-g_1)$  sería correcto si el frenado de los electrones producidos en la interacciones con átomos de tipo 1 sólo se movieran en el medio formado por este elemento (lo cual es incorrecto). Como alternativa podemos escribir

$$\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{mezcla} = (1 - g_{mezcla}) \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{mezcla} \cong (1 - \omega_1 g_1 - \omega_2 g_2 - \dots) \omega_1 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_1 + (1 - \omega_1 g_1 - \omega_2 g_2 - \dots) \omega_2 \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_2 + \dots$$

# Efectos de espectro energético

Si pueden desdiseñarse la posible correlación entre los diferentes procesos de interacción en un blanco, todos los coeficientes de interacción (entre ellos los coeficientes de atenuación) se expresarán a partir de la suma de las secciones eficaces correspondientes.

El coeficiente másico de absorción de energía, así como el coeficiente másico de atenuación son función de la energía de las partículas incidentes. Para un campo de radiación con un espectro complejo de energías suelen considerarse los correspondientes valores medios.

$$\bar{\mu} = \frac{\int_0^{E_{\max}} \mu(E) \Psi'(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \Psi'(E) dE}; \quad \bar{\mu} \Psi = \int_0^{E_{\max}} \mu(E) \Psi'(E) dE$$

En la práctica este valor medio del coeficiente de atenuación para geometrías de haz estrecho tendrá incluida la sensibilidad espectral del detector que estemos usando para medirlo.

# Factor de buildup

En la geometría de haz ancho nuestro detector recibirá tanto radiación primaria como dispersada o secundaria, por tanto la señal leída en el detector será mayor que aquella esperada en la geometría de haz estrecho. Para tener en cuenta la contribución del scatter se suele definir

$$B = \frac{\text{medida debida a la radiación primria + dispersa}}{\text{medida debida a la radiación primaria}}$$

Este factor de Buildup será  $B=1$  en el caso de geometría de haz estrecho y para geometrías de haz ancho  $B>1$ .

Lo habitual en un detector es suponer que la señal medida es proporcional a la fluencia de energía del haz.

$$\frac{\Psi_L}{\Psi_0} = B e^{-\mu L}$$

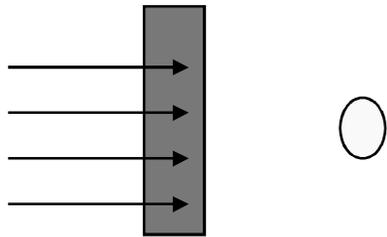
$\Psi_0 \rightarrow$  fluencia de energía no atenuada primaria

$\Psi_L \rightarrow$  fluencia de energía tras un espesor L

En esta expresión usamos el coeficiente de atenuación de geometría estrecha.

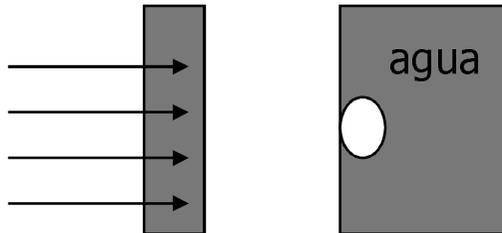
# Factor de buildup

Dependiendo de la geometría en la que se encuentre embebido el detector tendremos diferentes situaciones.



El factor de buildup tiende a 1 cuando el espesor tiende a hacerse nulo.

$$\Psi_L \xrightarrow{L \rightarrow 0} \Psi_0$$

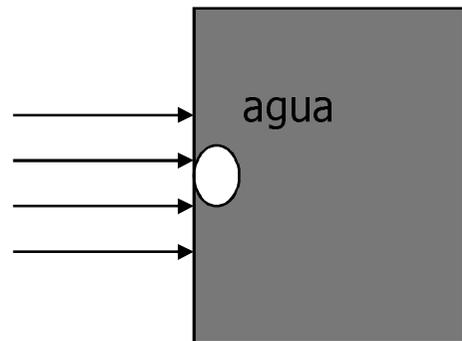


El factor de buildup es mayor que uno incluso cuando el espesor  $L$  tiende a cero. Ello es debido a la contribución del backscatter (o retrodispersión del maniquí equivalente a agua)

$$\Psi_L > \Psi_0$$
$$L \rightarrow 0$$

# Coeficiente de atenuación efectivo

Para un haz planoparalelo de extensión infinita que incide sobre un tanque semi-infinito de agua.



$$\frac{\Psi_L}{\Psi_0} = B e^{-\mu L} = e^{-\bar{\mu}' L}$$

Este factor efectivo está relacionado con el coeficiente de geometría estrecha mediante

$$\bar{\mu}' = \mu - \frac{\log(B)}{L}$$

Este factor suele ser una forma más realista de describir el comportamiento del haz en situaciones dosimétricas más realistas.

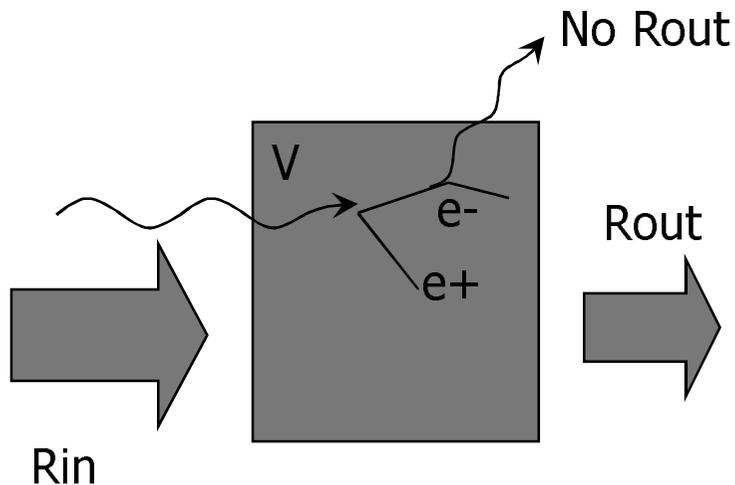
# Kerma

El kerma se define como la energía transferida por unidad de masa para un cierto volumen  $dV$  con masa  $dm$ .

$$E_{tr} = R_{in} - R_{out} + \Sigma Q$$

$R_{in}$  es la energía de la radiación no cargada entrante en  $V$   
 $R_{out}$  es la energía de la radiación cargada saliente de  $V$  excluyendo aquella que provenga de la energía cinética de partículas cargadas.

$\Sigma Q$  es el balance de energía  $m > E$  (+) o bien  $E > m$  (-)



$$K = \frac{dE_{tr}}{dm}$$

$K$  se supone una magnitud no estocástica y su unidad en el SI es el J/kg que recibe el nombre de gray (Gy)

$$1\text{Gy} = 1\text{J/kg} = 10^2 \text{ rad} = 10^4 \text{ erg/g}$$

Recordemos que la definición del coeficiente másico de transferencia de energía nos permitía escribir (para fotones monoenergéticos)

$$\Psi \frac{\mu_{tr}}{\rho} = \frac{dE_{tr}}{dm}$$

$$\Psi \frac{\mu_{tr}}{\rho} = K$$

# Kerma y fluencia de energía

En el caso de un haz no monoenergético, sabemos que el coeficiente másico de transferencia de energía depende de E y Z. Podremos entonces escribir que

$$K = \int_0^{E_{\max}} \Psi'(E) \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} dE$$

Siendo  $\Psi'(E)$  la distribución diferencial de fluencia energética en energía.  
Apéndice D.3 del Attix o NIST

En el caso multienergético, podemos definir un valor promedio del coeficiente másico de transferencia de energía como el factor de proporcionalidad entre la fluencia en energía y el kerma

$$\frac{\overline{\mu_{tr}}}{\rho} = \frac{K}{\Psi} = \frac{\int_0^{E_{\max}} \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} \Psi'(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \Psi'(E) dE}$$

# Kerma y fluencia

En la expresión anterior relacionamos el Kerma con la fluencia de energía. Esta es la situación habitual para fotones. Sin embargo en otros casos puede tener interés calcular el kerma usando la fluencia (i.e. la situación habitual para neutrones). En este caso, se define el factor de kerma  $F_n$  como

$$(F_n)_{E,Z} = \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} \cdot E$$

Como vemos  $F_n$  incorpora la energía de cada partícula del haz, de modo que para un haz monoenergético el kerma viene dado por

$$K = \Phi \cdot \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} \cdot E = \Phi \cdot (F_n)_{E,Z}$$

$F_n$  tiene unidades de  $\text{J m}^2 \text{kg}^{-1}$ , o bien  $\text{Gy m}^2$  mientras que la fluencia  $\Phi$  tiene unidades de  $\text{m}^{-2}$

# Kerma y fluencia

Si el haz no es monoenergético, entonces tendremos que integrar con la distribución de la fluencia en energía

$$(F_n)_{E,Z} = \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} \cdot E$$

$$K = \int_0^{E_{\max}} \phi'(E) \cdot (F_n)_{E,Z} \cdot dE$$

En el caso polienergético se puede definir un factor de kerma promedio como el factor de proporcionalidad entre la fluencia total y el kerma

$$\overline{(F_n)} = \frac{K}{\Phi} = \frac{\int_0^{E_{\max}} (F_n)_{E,Z} \phi'(E) dE}{\int_0^{E_{\max}} \phi'(E) dE}$$

Ver Attix apéndice F de factores de kerma para neutrones.

# Componentes de kerma

Cuando se habla de componentes del kerma, realmente queremos establecer en qué modo se puede perder esta energía transferida a los electrones como energía cinética. Estos son:

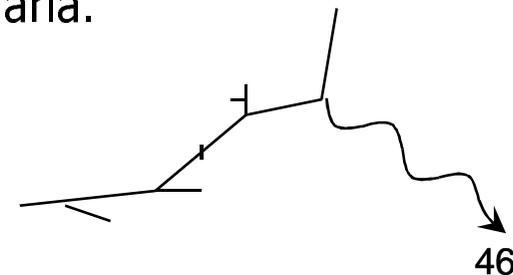
1.- Interacciones coulombianas con los electrones atómicos que producen excitación e ionización de los átomos en el entorno de la trayectoria del electrón. Llamaremos a estos procesos de *colisión*. ( $K_c$ )

2.- Emisión de radiación de frenado (bremsstrahlung) por los electrones en el campo de Coulomb del átomo. También los procesos de aniquilación producen emisión de radiación penetrante.

Llamaremos a estos procesos de tipo *radiativo*. ( $K_r$ )

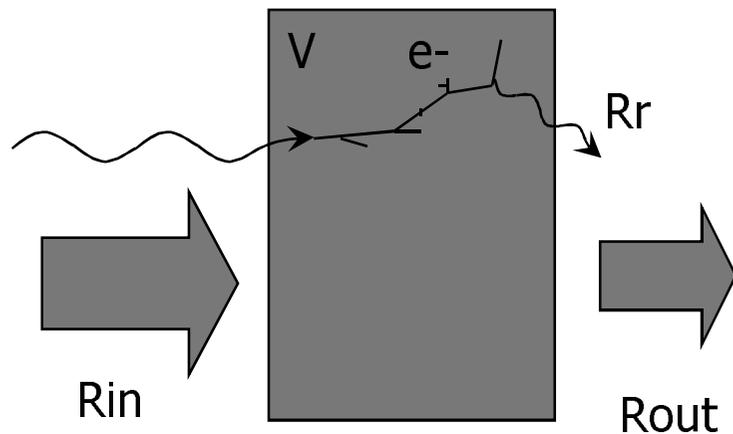
Esencialmente los procesos de colisión producen la deposición local de energía cinética de los electrones y los procesos radiativos transfieren parte de esta energía a puntos lejanos respecto a la interacción primaria.

$$K = K_c + K_r$$



# Componentes de kerma

Se puede definir el kerma de colisión o  $K_c$  a partir del concepto de la energía neta transferida a la masa elemental  $dm$ . La energía neta transferida es la energía transferida  $E_{tr}$  menos aquella energía emitida como pérdidas radiativas por los electrones en el medio



$$E_{tr}^n = R_{in} - R_{out} + \Sigma Q - R_r$$

$R_{in}$  es la energía de la radiación no cargada entrante en  $V$

$R_{out}$  es la energía de la radiación cargada saliente de  $V$  excluyendo aquella que provenga de la energía cinética de partículas cargadas.

$R_r$  es la energía radiante emitida como pérdidas radiativas por las partículas cargadas originadas en  $V$  independientemente de dónde ocurran (!)

$\Sigma Q$  es el balance de energía  $m > E$  (+) o bien  $E > m$  (-)

$$K_c = \frac{dE_{tr}^n}{dm}$$

$$K_r = \frac{dR_r}{dm}$$

# Componentes de kerma

Definiremos la componente colisional del kerma  $K_c$  usando el coeficiente másico de absorción de energía, de modo que para fotones monoenergéticos

$$K_c = \Psi \cdot \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,Z}$$

Siendo  $\Psi$  la fluencia en energía que llega al elemento de volumen de masa  $dm$  que estamos considerando. Este kerma  $K_c$  es la energía neta transferida a las partículas cargadas por unidad de masa, excluyendo la energía radiada (i.e. radiación de frenado) y la energía transferida por las partículas cargadas a otras partículas cargadas. De aquí podemos llegar a una definición operativa del kerma radiativo

$$K_r = K - K_c = \Psi \cdot \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} - \Psi \cdot \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,Z} = \Psi \cdot \left\{ \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,Z} - \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,Z} \right\}$$

Evidentemente si el haz no es monoenergético tendremos que integrar con la distribución en energía de la fluencia energética.

En el caso de considerar un haz de neutrones, la mayor parte de los procesos son de colisión (no hay radiación de frenado) y se puede considerar

$$K_{neutrones} \approx K_c \approx \frac{dE_{tr}}{dm}$$

# Tasa de kerma

Si consideramos el kerma como una función del tiempo podremos definir su derivada respecto al tiempo en un punto P como

$$\dot{K} = \frac{dK}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dE_{tr}}{dm} \right)$$

Unidades:  $\text{J kg}^{-1} \text{s}^{-1}$  ; o bien  $\text{Gy s}^{-1}$

En algunos de los procesos de calibración de instrumentación de radiación ionizante se mide la tasa de kerma en aire de las cámaras. Evidentemente el kerma entre dos instantes de tiempo  $t_0$  y  $t_1$  será

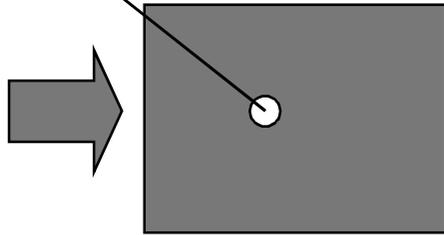
$$K = \int_{t_0}^{t_1} \dot{K}(t) dt$$

$$K = \dot{K}(t_1 - t_0)$$

Para tasa de kerma constante

# Kerma en un medio material

Volumen de medida



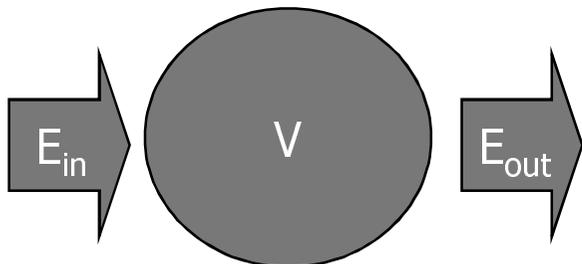
$$K = \Psi \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{Z,E} \quad \text{monoenergético}$$
$$K = \int_0^{E_{\max}} \psi(E) \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{Z,E} dE$$

- El kerma nos da la energía transferida como energía cinética a los electrones de un material pero no es la energía depositada en el mismo (dosis).
- El kerma se puede definir en el interior de un medio material (i.e. aire o agua) a través de su formulación en términos de la fluencia en energía y el coeficiente másico de transferencia de energía.
- El kerma en un punto caracteriza de manera indirecta el campo de radiación en ese punto.
- Para medir correctamente el kerma en un material habría que usar un detector lo bastante pequeño y de material adecuado para no perturbar el campo de partículas ionizantes no cargadas y el transporte de partículas cargadas en el medio.

# Energía impartida

La energía impartida (o depósito de energía)  $E_i$  en un cierto volumen dado de material es la suma de todos los depósitos de energía en este volumen que provienen de la energía radiante tanto de partículas cargadas como no cargadas y de la variación de la energía en reposo de la materia

$$E_i = E_{in} - E_{out} + \Sigma Q$$



$\Delta Q$  (masa  $\leftrightarrow$  energía)

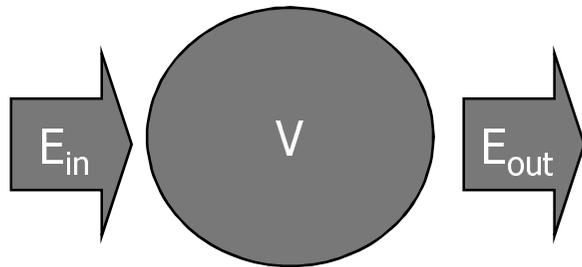
$E_{in}$  energía total de las partículas ionizantes (cargadas o no) incidentes en el volumen V excluyendo la energía en reposo

$E_{out}$  energía total de las partículas ionizantes (cargadas o no) que abandonan el volumen V excluyendo la energía en reposo

$\Sigma Q$  representa el término de balance energético debido a la conversión de masa en energía y viceversa. Cuando se convierte masa en energía ( $m \rightarrow E$ ) Q es positiva inversamente ( $E \rightarrow m$ ) Q es negativa. (N.B. la energía impartida se puede definir como suma de los depósitos de energía de cada interacción en el volumen V). La energía impartida es una magnitud estocástica.

# Dosis

El valor medio de la energía impartida (o depósito de energía)  $dE_i$  en un cierto volumen  $dV$  por unidad de masa se conoce como dosis absorbida



$$D = \frac{dE_i}{dm}$$

$\Delta Q$  (masa  $\leftrightarrow$  energía)

Unidades:  $J \text{ kg}^{-1} = \text{Gy}$

Si en lugar de establecer la dosis sobre un volumen elemental, lo hacemos sobre un volumen  $V$ , podremos definir como la dosis media absorbida al cociente de la energía impartida por la masa de este material

$$\bar{D} = \frac{E_i}{m}$$

Unidades:  $J \text{ kg}^{-1} = \text{Gy}$

Se denomina dosis integral a la energía total impartida a la materia en el volumen  $V$ .

$$\bar{D}_m = E_i$$

Unidades:  $J$

# Dosis y tasa de dosis

$$D = \frac{dE_i}{dm}$$

A diferencia del kerma no es posible escribir una relación simple que conecte la fluencia o fluencia en energía con la dosis local. (i.e. la deposición de dosis en un campo de radiación de fotones es debida a las partículas secundarias cargadas que se producen, luego la deposición de dosis depende del transporte de las partículas cargadas en el medio).

Se considera que los efectos radiológicos o radiobiológicos de la radiación se cuantifican a través de la dosis. Sin embargo ésta situación suele ser válida una vez definida la calidad de haz utilizado. (i.e. la eficiencia radiobiológica de la radiación depende del tipo de radiación usada).

$$\dot{D} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dE_i}{dm} \right)$$

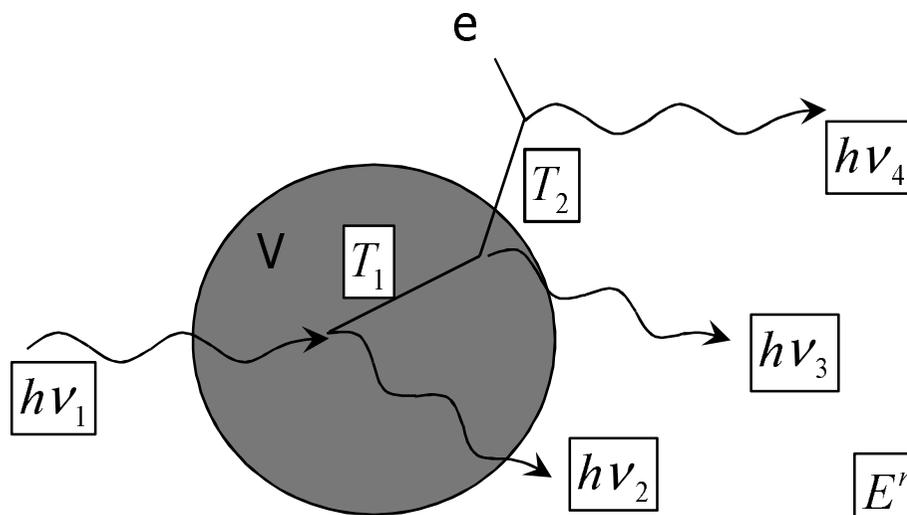
Definimos la tasa de dosis en un punto como la variación de la dosis por unidad de tiempo.

Unidades: Gy s<sup>-1</sup>

Las tasas de dosis en radioterapia actual se sitúan en el intervalo 1 a 10 Gy min<sup>-1</sup>

# Ejemplos

Fotón con scattering Compton en un punto del volumen V



Energía impartida

$$E_i = h\nu_1 - (h\nu_2 + h\nu_3 + T_2)$$

Energía transferida

$$E_{tr} = h\nu_1 - h\nu_2 = T_1$$

Energía transferida neta

$$E_{tr}^n = h\nu_1 - h\nu_2 - h\nu_3 - h\nu_4 = T_1 - h\nu_3 - h\nu_4$$

Obsérvese que la energía radiada incluso fuera del volumen V se sustrae en la energía neta transferida

# Ejemplos

Fotón producido por un átomo radiactivo dentro del volumen V que da lugar a la formación de un par  $e^- e^+$ . El positrón se aniquila para dar lugar a dos fotones de 0.511 MeV

## Energía impartida

$$E_i = 0 - h\nu_2 - h\nu_3 - h\nu_4 - T_3 + \Sigma Q = 0 - h\nu_2 - 1.022 \text{ MeV} - T_3 + \Sigma Q$$

$$\Sigma Q = h\nu_1 - 2m_e c^2 + 2m_e c^2 = h\nu_1$$

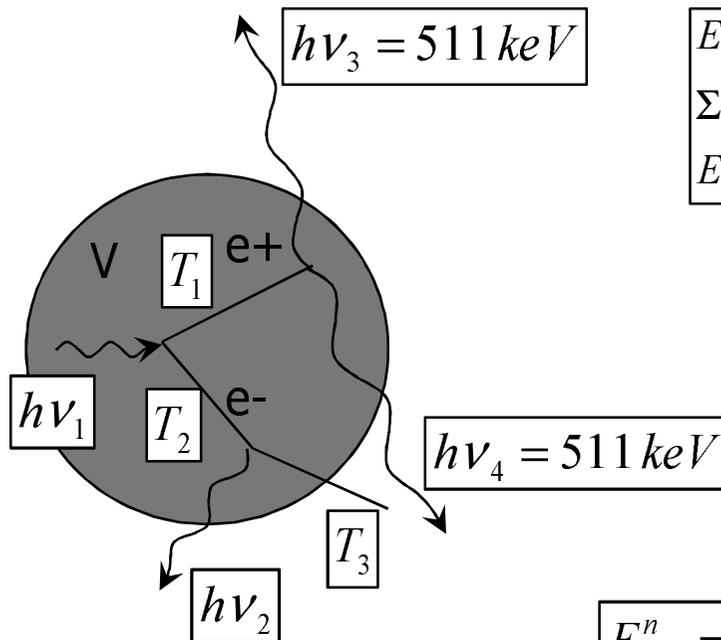
$$E_i = h\nu_1 - h\nu_2 - 1.022 \text{ MeV} - T_3$$

## Energía transferida

$$E_{tr} = 0 - 1.022 \text{ MeV} + \Sigma Q = h\nu_1 - 1.022 \text{ MeV} = T_1 + T_2$$

## Energía transferida neta

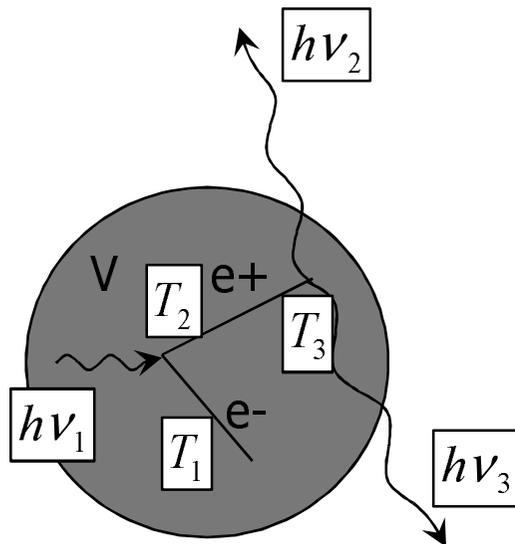
$$E_{tr}^n = 0 - 1.022 \text{ MeV} - h\nu_2 + \Sigma Q = h\nu_1 - 1.022 \text{ MeV} - h\nu_2$$



Al abandonar el electrón el volumen V la energía impartida  $E_i$  y la energía neta transferida son diferentes. Los fotones de aniquilación son creados a partir de la masa en reposo y no de la energía cinética del positrón.

# Ejemplos

Fotón producido por un átomo radiactivo dentro del volumen V que da lugar a la formación de un par  $e^- e^+$ . El positrón se aniquila en vuelo para dar lugar a dos fotones



## Energía impartida

$$E_i = 0 - (h\nu_2 + h\nu_3) + \Sigma Q = 0 - (1.022 \text{ MeV} + T_3) + \Sigma Q$$

$$\Sigma Q = h\nu_1 - 2m_e c^2 + 2m_e c^2 = h\nu_1$$

$$E_i = h\nu_1 - 1.022 \text{ MeV} - T_3 = T_1 + T_2 - T_3$$

## Energía transferida

$$E_{tr} = 0 - 1.022 \text{ MeV} + \Sigma Q = 0 - 1.022 \text{ MeV} + h\nu_1 = T_1 + T_2$$

Aquí no se incluye  $T_3$  en la energía de los fotones  $h\nu_2$  y  $h\nu_3$  porque esta parte de la energía se considera que proviene de energía cinética de  $e^+$

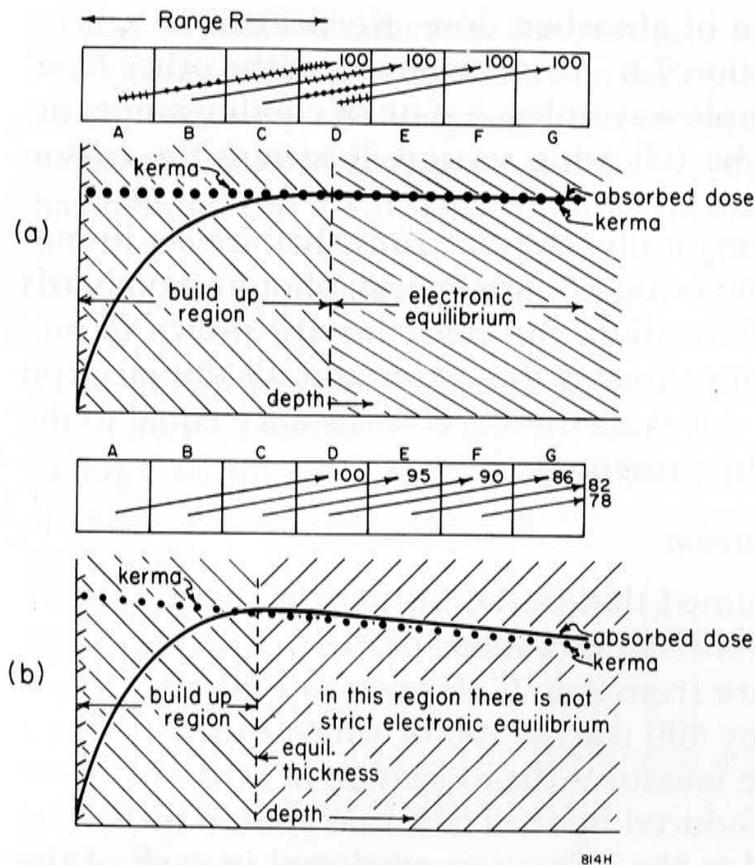
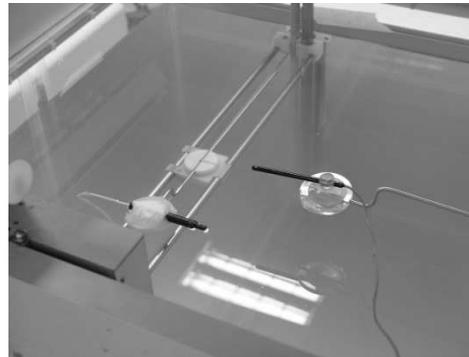
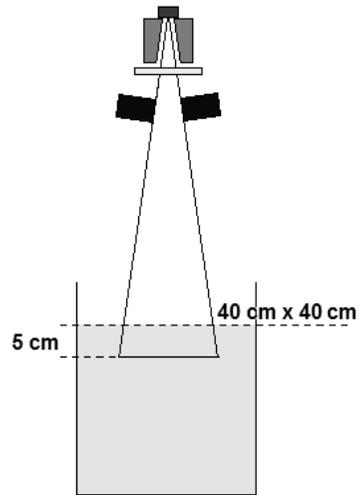
## Energía transferida neta

$$E_{tr}^n = 0 - 1.022 \text{ MeV} - T_3 + \Sigma Q =$$

$$= 0 - 1.022 \text{ MeV} - T_3 + h\nu_1$$

Obsérvese que  $E_i$  es igual a  $E_{tr}^n$

# Dosis vs kerma



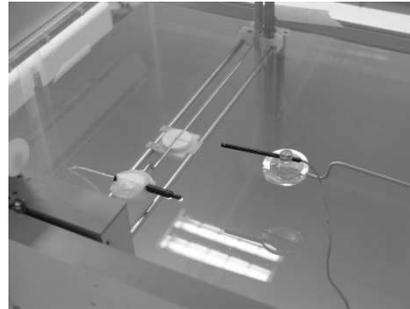
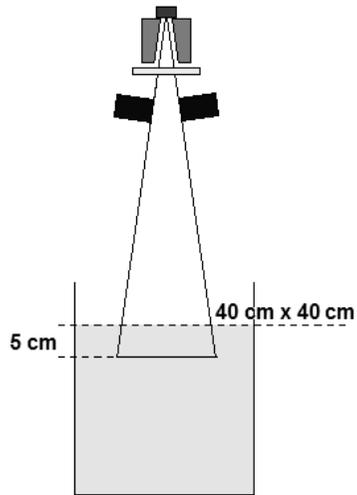
- En general no se cumple la igualdad de dosis y kerma. Consideremos una cuba de agua irradiada por un haz de fotones de megavoltaje. Los electrones de alta energía tienen un rango considerable ( $E=1\text{MeV}$  rango CSDA 5mm en agua). Lo que ocurre es que el flujo de electrones crece con la profundidad en las capas superiores del tanque. Mientras que el kerma es constante la dosis crece con la profundidad.

- A una cierta profundidad (dependiente del megavoltaje) se alcanza un equilibrio en el transporte de electrones. A una profundidad lo bastante grande el número de electrones que llegan de capas superiores es aprox igual al número de electrones que abandonan el volumen para ir a capas inferiores. En esta región KERMA es aproximadamente igual a DOSIS

- A esta condición del transporte de electrones en el medio se conoce como equilibrio de partículas cargadas o bien Charged Particle Equilibrium (CPE)

- La condición de CPE afecta a la medida de dosis en su fiabilidad dependiendo del volumen activo y materiales del detector de ionización utilizado.

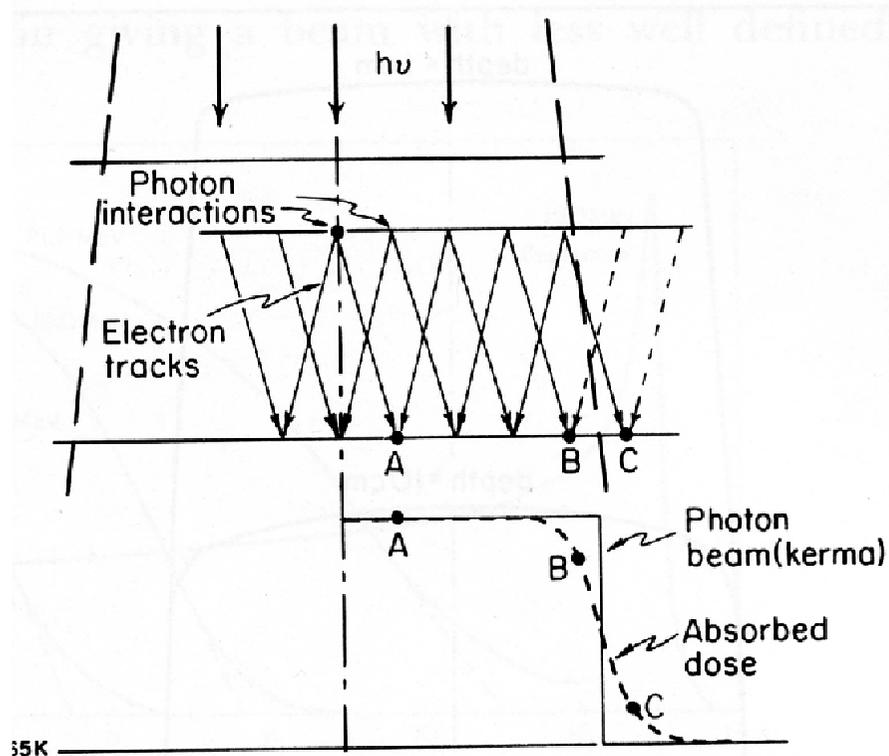
# Dosis vs kerma



- Una situación análoga en términos de equilibrio en el transporte de carga se produce cuando nos encontramos en la periferia de un haz de fotones de megavoltaje. Consideremos un perfil transversal de un haz de fluencia constante en la zona dentro del colimador.

- Cuando nos encontramos en el centro del campo de radiación los electrones que atraviesan un elemento de volumen y se mueven hacia un lado son compensados por aquellos que provienen simétricamente del otro lado. En el límite del campo de radiación esto no ocurre y no existe equilibrio lateral de partículas cargadas.

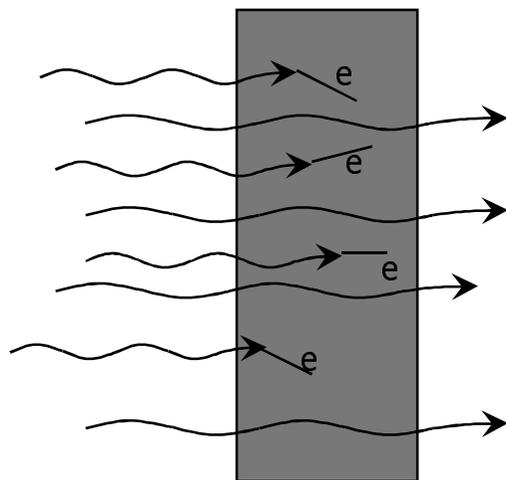
- La falta de equilibrio lateral provoca la desigualdad entre el kerma y la dosis en estas regiones periféricas del campo de radiación.



# Exposición

La exposición es una de las magnitudes básicas para definir un campo de radiación. Su definición responde a la forma habitual de medir los campos de radiación X y gamma, mediante cámaras de ionización de aire.

La exposición  $X$  es el cociente del valor absoluto de la carga total  $dQ$  (de un determinado signo) dividido por la masa  $dm$  de aire en donde se produce esta carga. Se requiere que los electrones (y positrones) liberados por la radiación se detengan en el seno del aire.



Aire

$$X = \frac{dQ}{dm}$$

Unidad: C kg<sup>-1</sup>

Se excluye de  $dQ$  la ionización producida por fotones provenientes de bremsstrahlung de electrones como también la que proviene de pérdidas radiativas o fotones dispersados.

La antigua unidad es el röntgen, R. La equivalencia es  $1 \text{ R} = 2.58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$  o bien  $1 \text{ C/kg} = 3876 \text{ R}$

# Exposición

La exposición se basa en la ionización del aire. La energía media requerida para producir un par electrón-ión se denota como  $W$

$$\overline{W}_{aire} = \frac{E}{\langle N \rangle}$$

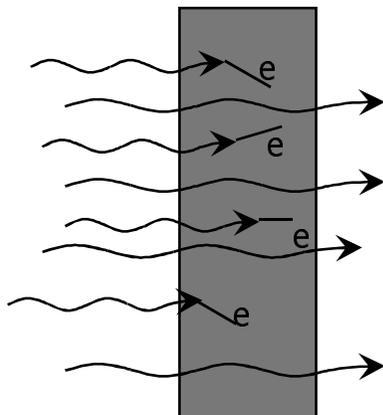
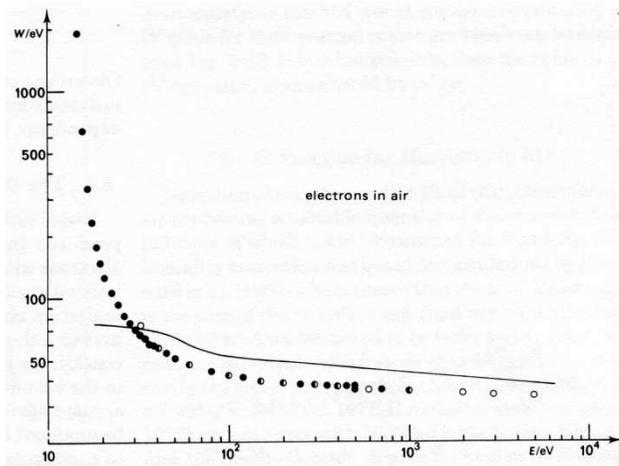
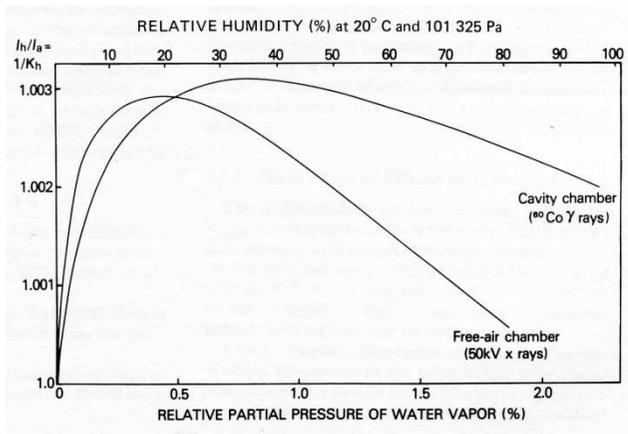
Unidad: J

$E$  es la energía cinética la partícula cargada que debe disiparse por completo en aire.

$\langle N \rangle$  es el número medio de pares de iones liberados igual a la carga media total liberada (en valor absoluto) de uno u otro signo dividida por la carga del electrón.

$W$  se expresa normalmente en eV por par de iones y tiene un valor nominal (CCEMRI 1985)  $33.97 \pm 0.06$  eV y se supone constante para electrones producidos en aire seco por fotones de hasta 50 MeV

$$\frac{\overline{W}_{aire}}{e} = \frac{33.97 eV}{1.602 \cdot 10^{-19} C} 1.602 \cdot 10^{-19} J/eV = 33.97 \frac{J}{C}$$



Aire

# Exposición, kerma y fluencia en energía

La exposición es la expresión en forma de ionización de la transferencia de energía del campo de radiación a los electrones en el seno del aire. Por tanto la exposición es realmente el kerma de colisión en aire dividido por la energía media para formar un par de iones.

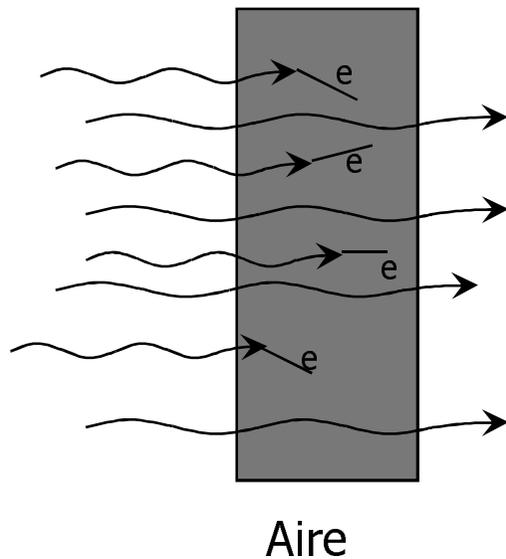
$$X = \left( \frac{dQ}{dm} \right)_{\text{aire}} = \left( \frac{dE_{tr}^n}{dm} \right)_{\text{aire}} \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}} = (K_c)_{\text{aire}} \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}}$$

Puesto que podemos calcular el kerma de colisión a partir de la fluencia en energía, para un haz monoenergético tendremos

$$X = \Psi \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{aire}} \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}} = E \Phi \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{\text{aire}} \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}}$$

Para el caso polienergético tendremos que

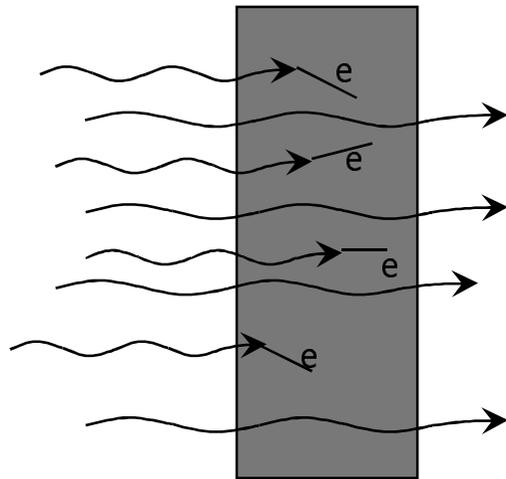
$$X = \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}} \int_0^{E_{\text{max}}} dE \psi(E) \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,\text{aire}} = \frac{e}{\overline{W}_{\text{aire}}} \int_0^{E_{\text{max}}} dE E \phi(E) \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,\text{aire}}$$



# Exposición

Dado que habíamos establecido la relación entre el coeficiente másico de absorción de energía y el coeficiente másico de transferencia de energía, podemos obtener el kerma en aire a partir de una medida de exposición

$$\left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_{aire} (1 - g_{aire}) = \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_{aire} \quad X = \left(\frac{dQ}{dm}\right)_{aire} = (K_c)_{aire} \frac{e}{\bar{W}_{aire}} = K_{aire} (1 - g_{aire}) \frac{e}{\bar{W}_{aire}}$$



Aire

Por lo tanto el kerma en aire se puede obtener de la exposición mediante

$$K_{aire} = \frac{X}{(1 - g_{aire})} \frac{\bar{W}_{aire}}{e}$$

Hay que notar que para energías bajas (ver tabla diap. 29) el factor de pérdidas por radiación de frenado es muy pequeño y podemos escribir

$$K_{aire} \approx X \frac{\bar{W}_{aire}}{e}$$

# Exposición

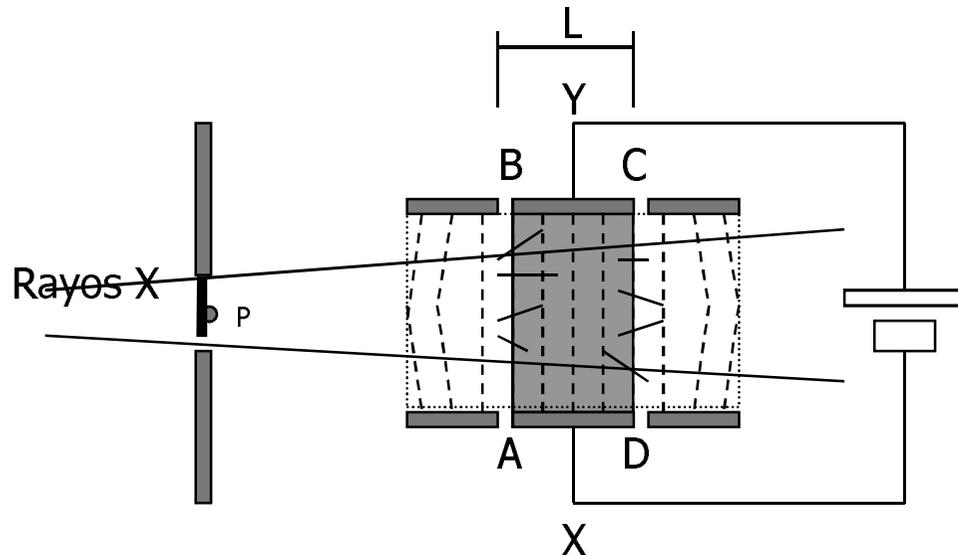
Respecto a la exposición X (la magnitud más antigua de la física radiológica) es importante notar los siguientes aspectos:

1. Con las cámaras actuales es difícil medir X para fotones de energías de menos de 1 keV o superiores a 10 MeV.
2. Como en el caso del kerma se puede considerar un punto de medida en una cavidad de aire dentro de otro material. Así podremos hablar de la exposición en un punto en el interior de un tanque de agua.
3. La medida correcta de la exposición implicaría no perturbar de modo significativo el campo de radiación de fotones. En la situación más realista debemos introducir factores de corrección a la medida.
4. La exposición, al estar exclusivamente definida para radiación X y gamma en aire, resulta una magnitud no estocástica más restrictiva en su uso que el kerma.
5. La exposición es una medida del poder ionizante de la radiación en aire, su medida en general es un paso intermedio hacia la magnitud de interés, en general, el valor de la dosis en un punto de un cierto medio. Así pues el esquema general de medida es:

$X \rightarrow K_{\text{aire}} \rightarrow K_{\text{medio}} \rightarrow D_{\text{medio}}$

# Exposición

En la práctica se suele definir una cámara de ionización estándar como la que nos indica el dibujo:



En la práctica existirá un anillo de guarda para garantizar la uniformidad del campo eléctrico en la región ABCD. Por otra parte el haz deberá estar adecuadamente colimado para que los electrones que abandonen el volumen irradiado de aire no salgan fuera del volumen sensible de la cámara ni alcancen los electrodos. Además se producirán iones debidos a electrones provenientes de interacciones a la izquierda de AB, e igualmente parte de los electrones generados en las cercanías de CD producirán ionización en el exterior del volumen activo ABCD.

La regla básica de equilibrio es suponer que ambos efectos se compensan (entrantes en AB y salientes de CD).

Sea  $L$  la longitud del electrodo  $AD$  y sea  $A_f$  el área efectiva iluminada de la cámara en la dirección transversal en el plano del colimador (marcada en rojo), entonces la exposición en  $P$  será (excepto por la corrección por atenuación en aire entre  $P$  y el plano  $XY$ )

$$X_P \approx \frac{\Delta Q}{\rho_{aire} A_f L}$$

Ejemplo: Una cámara estándar de aire en condiciones STP mide una carga total de  $12\text{nC}$ , considerando que el área del diafragma es  $1\text{ cm}^2$  y la longitud del electrodo  $4\text{ cm}$  calcular  $X$ . (la densidad del aire seco STP es  $\rho=1.293\text{ kg/m}^3$  )

$$X = \frac{12 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 10^{-4} \text{ m}^2 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 0.0023 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

# Tasa de exposición

Definimos la tasa de exposición en un punto del seno de un volumen de aire como la variación de la exposición por unidad de tiempo

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt}$$

Unidades: C kg<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>

Evidentemente si X es una función del tiempo tendremos que su valor a lo largo de un cierto intervalo temporal viene dado por

$$X = \int_{t_0}^{t_1} dt \dot{X}(t)$$

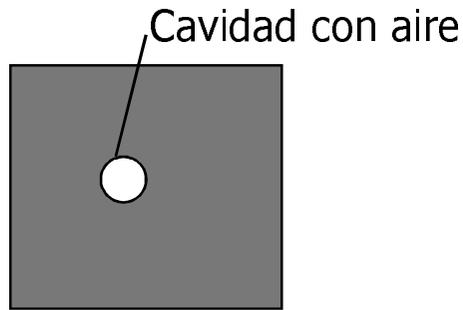
$$X = \dot{X} (t_1 - t_0)$$

Para una tasa de exposición constante

Igualmente podemos definir la tasa de exposición media durante un cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$  mediante

$$\bar{\dot{X}} = \frac{X}{\Delta t}$$

# Exposición y kerma



Medio material

Consideremos que en un medio material existe un campo de radiación de fotones con una cierta fluencia en energía. En un punto de este medio situamos un volumen elemental de aire en el que medimos la exposición. NB suponemos que la fluencia de fotones no se perturba!

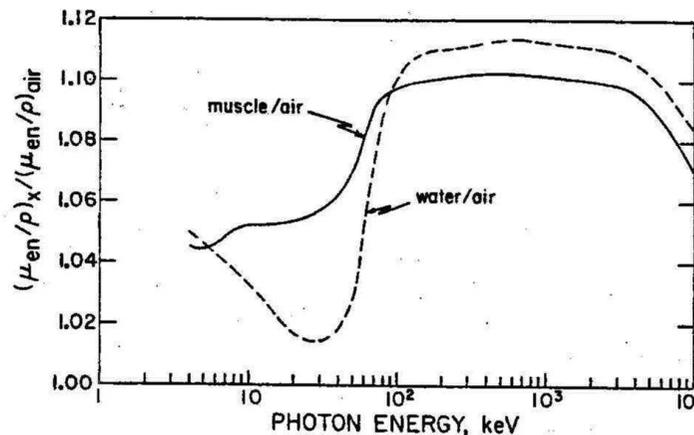
Mientras que si consideramos el kerma en este punto si todo el volumen fuera del mismo material

$$X = \frac{e}{\overline{W}_{aire}} \int_0^{E_{max}} dE \psi(E) \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E,aire} = \frac{e}{\overline{W}_{aire}} \Psi \left( \overline{\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)}_{aire} \right)$$

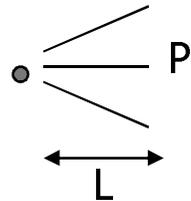
$$K_m = \int_0^{E_{max}} dE \psi(E) \left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{E,m} = \Psi \left( \overline{\left( \frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)}_m \right)$$

Considerando que a bajas energías si el material es de bajo Z como agua o tejido blando es posible considerar que  $\mu_{en} = \mu_{tr}$  de modo que obtenemos la expresión inferior. La poca variación del cociente  $(\mu_{en}/\rho)_{aire} / (\mu_{en}/\rho)_{musc}$  entre 10 keV y 1 MeV nos permite afirmar la proporcionalidad entre el kerma en tejido blando y la exposición.

$$\frac{X}{K_m} \underset{E < 10 MeV}{\underset{m = musculo}{\cong}} \frac{e}{\overline{W}_{aire}} \frac{\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{aire}}{\left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_m}$$



# Constante de la tasa de exposición en aire



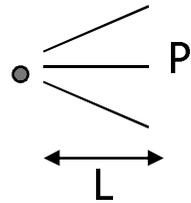
Definimos la tasa de exposición en aire para un radionucleido que emita fotones como el cociente del producto  $L^2 \dot{X}_\delta$  (tasa de exposición en aire debida a fotones con energía superior a  $\delta$ ) entre la actividad  $A$  del radioisótopo. El punto donde se mide la tasa de exposición en aire estará a una distancia  $L$  en vacío del radioisótopo que se supone puntual.

$$\Gamma_\delta = \frac{L^2 \dot{X}_\delta}{A}$$

Unidad:  $\text{m}^2 \text{C kg}^{-1}$  o bien  $\text{m}^2 \text{R Ci}^{-1} \text{h}^{-1}$

- Los fotones que aparecen en esta definición pueden ser rayos gamma, rayos X característicos o radiación de frenado interno.
- Esta magnitud es característica para cada radionucleido considerado como una fuente puntual ideal.
- Cualquier medio interpuesto entre la fuente y el punto de medida (i.e. aire) producirá absorciones y dispersiones que tendrán que considerarse a la hora de calcular la tasa real de exposición en aire.
- El valor de  $\delta$  se suele elegir de acuerdo con las necesidades de cada aplicación. Suele ser del orden de keV.
- Se puede definir también la constante de tasa de kerma en aire para una fuente sustituyendo en la definición tasa de exposición por tasa de kerma (en este caso la conversión de una a otra sigue las reglas indicadas en diap. 58)

# Constante de la tasa de exposición en aire



La forma operativa de trabajar supone el conocimiento tabulado de la constante de tasa de exposición en aire para una fuente, de la que se puede obtener la exposición en aire mediante

$$\dot{X}_\delta = \frac{A \Gamma_\delta}{L^2}$$

Consideremos una fuente que emite  $k_i$  fotones de energía  $E_i$  en cada desintegración, si expresamos la actividad  $A$  en Ci ( $3.7 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \times A$ ) la tasa de fluencia en energía en un punto a una distancia  $L$  de la fuente (en vacío) es

$$\psi_{E_i} = \frac{3.7 \cdot 10^{10} A}{4\pi L^2} k_i E_i = 2.944 \cdot 10^9 \frac{A k_i E_i}{L^2}$$

Si  $E_i$  se expresa en MeV,  $1 \text{ MeV} = 1.602 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

$$\psi_{E_i} = 4.717 \cdot 10^{-4} \frac{A k_i E_i}{L^2}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{e}{W_{\text{aire}}} \sum_{i=1}^n \psi_{E_i} \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_i, \text{aire}} = 1.389 \cdot 10^{-5} \frac{A}{L^2} \sum_{i=1}^n k_i E_i \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_i, \text{aire}}$$

Si  $E_i$  se expresa en MeV y  $\mu_{en}/\rho$  en  $\text{m}^2/\text{kg}$  entonces la expresión anterior nos dará  $\text{C kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$

De aquí se puede obtener  $\Gamma$  en  $\text{m}^2 \text{ C kg}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ Ci}^{-1}$

$$\Gamma = 1.389 \cdot 10^{-5} \sum_{i=1}^n k_i E_i \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_i, \text{aire}}$$

# Constante de la tasa de exposición en aire

TABLE 6.1. Data for Selected  $\gamma$ -Ray Sources<sup>a</sup>

Radionuclide	Half-Life	$\gamma$ -Photon Energy (MeV)	Specific $\gamma$ -Ray Constant <sup>b</sup> (R cm <sup>2</sup> mCi <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup> )	Exposure-Rate Constant <sup>b</sup> (R cm <sup>2</sup> mCi <sup>-1</sup> h <sup>-1</sup> )
<sup>137</sup> Cs	30.0 y	0.6616	3.200	3.249
<sup>51</sup> Cr	27.72 d	0.3200	0.1827	0.1827
<sup>60</sup> Co	5.26 y	1.173-1.322 <sup>c</sup>	12.97	12.97
<sup>198</sup> Au	2.698 d	0.4118-1.088 <sup>c</sup>	2.309	2.357
<sup>125</sup> I	60.25 d	0.03548	0.04194	1.315
<sup>192</sup> Ir	74.2 d	0.1363-1.062 <sup>c</sup>	3.917	3.970
<sup>226</sup> Ra <sup>d</sup>	1602 y	0.0465-2.440 <sup>c</sup>	8.996 <sup>e</sup>	10.07
<sup>182</sup> Ta	115.0 d	0.0427-1.453 <sup>c</sup>	7.631	7.753

<sup>a</sup>NCRP (1974).

<sup>b</sup>The specific  $\gamma$ -ray constants and exposure-rate constants were calculated by L. T. Dillman from decay-scheme data, assuming  $\bar{W}_{\text{air}} = 33.70$  eV/i.p. Values in the present table have been adjusted downward to be consistent with  $\bar{W}_{\text{air}} = 33.97$  eV/i.p. Contributions to these constants by photons below 11.3 keV were excluded.

<sup>c</sup>Minimum and maximum values included in the calculation of specific  $\gamma$ -ray constant and exposure-rate constant.

<sup>d</sup>With daughters.

<sup>e</sup>This value differs from the currently accepted value of 8.35 R cm<sup>2</sup> mCi<sup>-1</sup> h<sup>-1</sup> for radium because the value 8.996 was calculated for no filtration. The value of 8.35 is for a filter of 0.5-mm platinum and includes such secondary radiations as may be generated in the platinum filter; it corresponds to 8.25 R cm<sup>2</sup> mg<sup>-1</sup> h<sup>-1</sup>, since 1 mg = 0.988 mCi.

Considerando el ejemplo del <sup>60</sup>Co, donde se emiten dos fotones por desintegración de 1.17 MeV y 1.33 MeV

$$E_1 = 1.17 \text{ MeV} \longrightarrow \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_1, \text{aire}} = 0.00270 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

$$E_2 = 1.33 \text{ MeV} \longrightarrow \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_2, \text{aire}} = 0.00262 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}$$

De donde podemos sustituir en la fórmula de la constante de tasa de exposición en aire

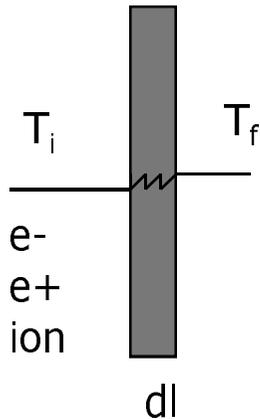
$$\Gamma_{^{60}\text{Co}} = 1.389 \cdot 10^{-5} \sum_{i=1}^2 k_i E_i \left( \frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{E_i, \text{aire}} = 1.389 \cdot 10^{-5} (1.17 \text{ MeV} \cdot 0.00270 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} + 1.33 \text{ MeV} \cdot 0.00262 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}})$$

$$\Gamma_{^{60}\text{Co}} = 9.23 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C m}^2}{\text{kg s Ci}} = 9.23 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C m}^2}{\text{kg s Ci}} \frac{\text{R}}{2.58 \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}} \frac{\text{Ci}}{1000 \text{ mCi}} \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \frac{10^4 \text{ cm}^2}{\text{m}^2} = 12.9 \frac{\text{R cm}^2}{\text{mCi h}}$$

Este resultado coincide bastante bien con el dato tabulado

# Poder de frenado másico total

Considerando una partícula cargada que incida sobre una lámina de un material de espesor  $dl$ , definimos el poder de frenado másico total como la energía disipada  $dE$  por la partícula cargada en este espesor dividida por  $\rho dl$



$$\frac{S}{\rho} = \frac{dE}{\rho dl}$$

Unidades: eV m<sup>2</sup> kg<sup>-1</sup>

$$S = \frac{dE}{dl}$$

Unidades: eV m<sup>-1</sup>

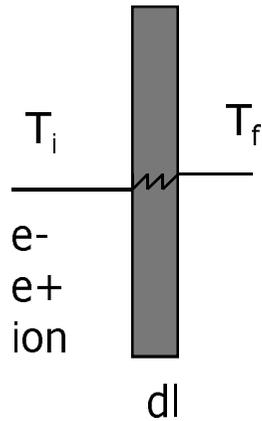
Se suele expresar  $dE$  en eV o keV.  $S$  es el poder de frenado lineal total. Es habitual separar el poder de frenado másico total en dos términos:

- Colisión donde la pérdida de energía se emplea en la ionización y excitación de átomos del medio cercanos a la trayectoria de la partícula cargada
- Radiación donde esta pérdida de energía se convierte en radiación de frenado que es absorbida en puntos lejanos a la trayectoria de la partícula

$$\frac{S}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dl} \right)_{col} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{dE}{dl} \right)_{rad}$$

# Poder de frenado másico restringido o transferencia lineal de energía (LET)

Poder de frenado másico para electrones en agua



Energy $E_0$	$S_{ion}$	$S_{rad}$ MeV cm <sup>2</sup> /g	$S_{tot}$
<b>keV</b>			
10	22.56	.0039	22.56
20	13.17	.0040	13.18
40	7.777	.0040	7.781
80	4.757	.0041	4.762
100	4.115	.0042	4.120
200	2.793	.0048	2.798
400	2.148	.0063	2.154
800	1.886	.0104	1.897
<b>MeV</b>			
1	1.852	.0128	1.865
2	1.839	.0268	1.866
4	1.896	.0608	1.957
8	1.970	.1398	2.110
10	1.994	.1823	2.176
20	2.063	.4097	2.472
40	2.125	.8962	3.021
80	2.184	1.914	4.099
100	2.204	2.434	4.637

Para medir la energía impartida localmente se suele definir el "poder de frenado por colisión restringido" (o LET) que se define como la pérdida media de energía por unidad de longitud de la trayectoria recorrida debida a excitaciones o ionizaciones en las que la energía transferida a los electrones secundarios no excede de una energía límite prefijada  $\Delta$  (i.e. 100 eV)

$$L_{\Delta} = \left( \frac{dE}{dl} \right)_{col, \Delta E_{int} < \Delta}$$

Unidades: keV  $\mu\text{m}^{-1}$

Se entiende por tanto que

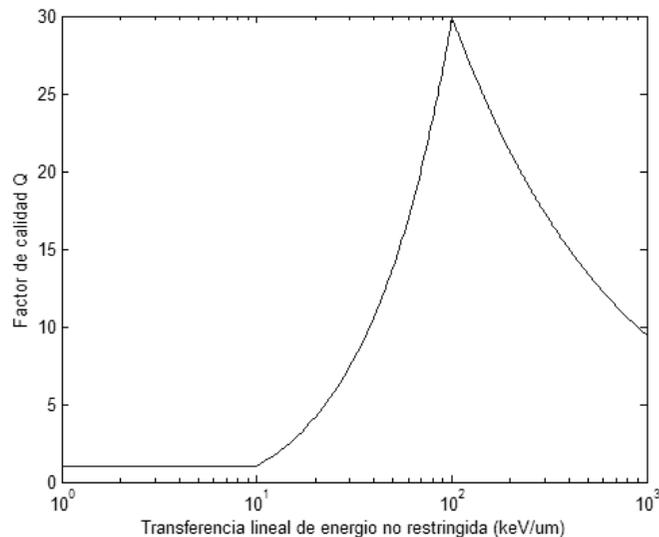
$$L_{\infty} = (S)_{col}$$

Mientras que, en agua, para un electrón de 1 MeV el LET medio (no restringido) = 0.2 keV  $\mu\text{m}^{-1}$ , para un ión de Ne con 8 GeV de energía cinética el LET medio (no restringido) = 50 keV  $\mu\text{m}^{-1}$  (250 veces mayor)

# Equivalente de Dosis (\*)

La ICRP ha introducido la magnitud "equivalente de dosis" para medir el riesgo radiológico asociado a una determinada radiación ionizante. Se trata de una magnitud usada en la Protección Radiológica. El riesgo o daño sufrido por los tejidos vivos depende de la forma microscópica en la que se deposita la energía suceso a suceso. Es habitual asociar la eficiencia radiobiológica o daño a los tejidos al valor del poder de frenado másico no restringido  $L_{\infty}$ .

Se define por tanto un factor  $Q$  de calidad de la radiación que es mayor cuanto mayor es la densidad de ionización producida por las partículas cargadas generadas en ese campo de radiación.  $Q$  es una función suave de  $L_{\infty}$ .



Para radiación que produzca partículas secundarias de un  $Q$  fijo y una dosis  $D$  en un punto

$$H = Q D \quad \text{Unidades: J kg}^{-1} \text{ sievert, Sv}$$

Para radiación que produzca partículas secundarias de diferentes  $Q$  o  $L_{\infty}$ , consideraremos la dosis correspondiente a cada porción de partículas con un  $L_{\infty}$  dado

$$H = \bar{Q} D$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{D} \int_0^{L_{\infty} \max} dL_{\infty} Q D(L_{\infty})$$

(\*) Se considera "equivalente de dosis" la traducción correcta de "dose equivalent", mientras que NO ES CORRECTA la denominación "dosis equivalente" que puede encontrarse en diferentes referencias

# Equivalente de dosis

ICRP Report 60 1991. Respecto a la relación formal entre el factor de calidad  $Q(L)$  y la transferencia lineal de energía no restringida  $L_\infty$  nos indica lo siguiente: “La simplicidad (de esta relación) es importante para reflejar nuestra falta de información precisa sobre (los efectos en) el hombre y en consideración a los aspectos prácticos de la protección radiológica. Así, por ejemplo, la Comisión no cree que sea útil adoptar valores diferentes del factor de calidad para distintas energías de fotones. La Comisión también reconoce la eficiencia (radiobiológica) limitada de los iones pesados con  $L_\infty$  mayor de 100 keV por  $\mu\text{m}$ ”

Aunque la unidad de dosis Gy es 1 J/kg y la unidad de equivalente de dosis Sv es 1 J/kg no se trata de una redundancia, ¡son dos magnitudes diferentes! El factor de calidad  $Q$  es adimensional (podríamos haberle dado dimensiones para evitar la paradoja). El equivalente de dosis no es estrictamente una magnitud física, ya que no se puede medir directamente mediante un proceso físico, se construye a partir de la dosis o distribución de dosis medidas.

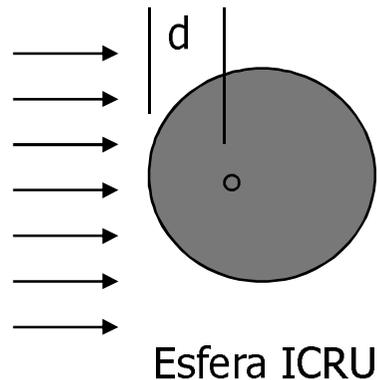
La antigua unidad de equivalente de dosis es el rem =  $10^{-2}$  J/kg construida a partir de la unidad de dosis rad =  $10^{-2}$  J/kg

# Equivalente de dosis

En la práctica de la protección radiológica los efectos de la radiación dependen de los órganos implicados ya que hay órganos especialmente radiosensibles (i.e. cristalino), por ello es normal definir la dosis media en un órgano como

$$D_T = \frac{1}{m_T} \int_{m_T} D dm$$

Las magnitudes operativas definidas en la Protección Radiológica se suelen a partir de la dosis en los órganos. Es habitual multiplicar la fracción de dosis  $D_T$  producido por un cierto tipo de radiación por un factor ponderal de radiación (de 1 a 20 dependiendo de si el tipo de radiación son fotones, neutrones, protones, etc). Además para obtener el daño global se define una dosis efectiva como suma sobre las dosis en órganos multiplicadas por un factor ponderal de tejido. Ya que su definición envuelve cierta complejidad lo veremos en el último capítulo.



Equivalente de dosis ambiental  $H^*(d)$  es el equivalente de dosis que se produciría a una profundidad  $d$  en el diámetro alineado con el campo de radiación. Unidades: sievert Sv  
El equivalente de dosis ambiental depende fuertemente de la posición en la esfera y pretende emular el efecto de la radiación en el cuerpo en función de la profundidad. Se puede definir también la dosis absorbida ambiental en este punto  $D^*(d)$ . Unidades: gray Gy

Esfera ICRU: esfera de 30 cm de diámetro que emula el tejido blando del cuerpo humano con densidad 1 g/cm<sup>3</sup> composición en masa 76.2% O 11.1% C 10.1% H 2.6% N.